

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАСТОСУВАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ У ПРОЦЕСІ ПІДГОТОВКИ ФАХІВЦІВ У СФЕРАХ МЕДИЦИНИ ТА БІОЛОГІЇ

*М. А. Мельник, О. М. Данильчук*

*Анотація:* В статті розглядаються аспекти моделей вищої математики при підготовці фахівців сфери медицини та біології. Наведені приклади алгоритмів і математичних методів, враховуючи їх актуальність у відповідних сферах використання.

*Ключові слова:* вища математика, математична модель, фахівці медицини та біології, алгоритм.

У XXI столітті світ не стоїть на місці, і кожен день перед людством постають задачі та випробовування різної степені важкості та сфери діяльності. І наш багатий досвід показує, що у їх вирішенні найуспішнішими є математичні методи і використання складних обчислювальних розрахунків. Дані засоби використовуються у різних галузях сучасних наук: техніці, економіці, фізиці, архітектурі, машинобудуванні і навіть напрямках, які на перший погляд здаються далекими від різних математичних процесів – біологія, хімія і більшість напрямків медицини. Ось чому сучасний фахівець повинен бути ознайомлений з базовими методами математичного моделювання, оптимізації, диференціального числення чи обчислення інтегралів.

Математичне моделювання як метод наукового пізнання почало використовуватися людством багато століть тому назад, з моменту, коли були закладені основи диференціального та інтегрального числення. Першу математичну модель було зроблено ще у XII столітті італійським математиком Фібоначчі. Значну частину засвоєних ним знань він виклав у своїй видатній «Книзі абака» (яка зберіглася до наших днів). Ця книга містить майже всі арифметичні і алгебраїчні моделі того часу, викладені з винятковою повнотою і глибиною. Саме за цією книгою європейці знайомилися з арабськими цифрами, а також з ідеєю так званих *чисел Фібоначчі*, які вважаються одним з найвидатніших прикладних винаходів, який застосовується для великої кількості різноманітних задач.

Спроби використовувати математичне моделювання у біомедичних напрямках розпочалися у 80-х роках XIX століття. Ідея кореляційного аналізу, висунута Гальтоном та вдосконалена біологом та математиком Пірсоном, виникла як результат спроб опрацювання біомедичних даних. Починаючи з 40-х років минулого століття математичні методи проникли у медицину і біологію через кібернетику та інформатику. Тому у XX столітті, крім технічних спеціальностей і природничих наук, математичне моделювання почала широко використовувати медицина у різних її проявах.

За допомогою математичних моделей відтворюються органи людини. Що ж являє собою математична модель? Це спрощення реальної ситуації, у найпростішому випадку це формули, частіше – системи з десятків і сотень рівнянь, які математично виражають діяльність окремих органів людини, перебіг біологічних процесів. Саме на шляху математичного моделювання вчені вбачають процес визволення людства від багатьох хвороб, в тому числі і від серцево-судинних захворювань, ракових утворень.

Метод моделювання в медицині дозволяє встановлювати більш глибокі і складні взаємозв'язки між теорією і дослідом. Цілий ряд досліджень неможливий без моделювання. Адже будь-які експерименти є шкідливо проводити на людях. Крім того відкривається можливість проведення модельних експериментів. За допомогою методу моделювання на одному комплексі даних можна розробити цілий ряд різноманітних моделей. Можна зробити свої доповнення в моделі. Завдяки моделюванню в другій половині XX ст. Почала інтенсивно розвиватись така наука, як імунологія.

Згідно з вимогами державних стандартів і діючих програм навчання в медичних установах, основною задачею вивчення дисципліни «Вища математика» є освоєння

студентів медичних закладів вищої освіти математичними знаннями і уміннями, необхідними для вивчення спеціальних дисциплін базового рівня. У вимогах до професійної підготовленості фахівця заявлене уміння вирішувати професійні задачі з використанням математичних методів. Таке положення не може не позначатися на результатах математичної підготовленості майбутніх медичних спеціалістів. Від цих результатів певною мірою залежить рівень професійної компетентності та життя пацієнта.

Важливим аспектом у підготовці майбутніх є розвиток і реалізація набутих знань, умінь із гуманітарних та фундаментальних дисциплін для вирішення всіх аспектів діяльності на відповідній посаді. Наявність аналітичних і комплексних здібностей, спроможність генерувати ідеї, формулювати висновки та створювати концепції, розробляти наукові проекти, спрямовані на отримання нових знань із залученням сучасних інформаційних технологій. Навички складання плану дослідження та аналізу даних до оформлення результатів наукових досліджень; застосування інформаційних технологій у практичній діяльності.

Знання основ математики застосовуються лікарями для опису процесів, які відбуваються в організмі людини. Це необхідно, так як дозволяє розрізняти хворий організм від здорового. Ще Галілей стверджував. Що вся сутність природи залежить від математики. Такої ж думки були і Кант і Леонардо да Вінчі. Італійський художник застосовував методи математики для того, щоб вивчити всі аспекти анатомії, про це було написано картину «Вітрувіанська людина» яка вперше зв'язала ланцюг між зображенням людини, кола і квадрата. Вважається, що медичні працівники повинні вміти розв'язувати задачі, застосовуючи математичні методи.

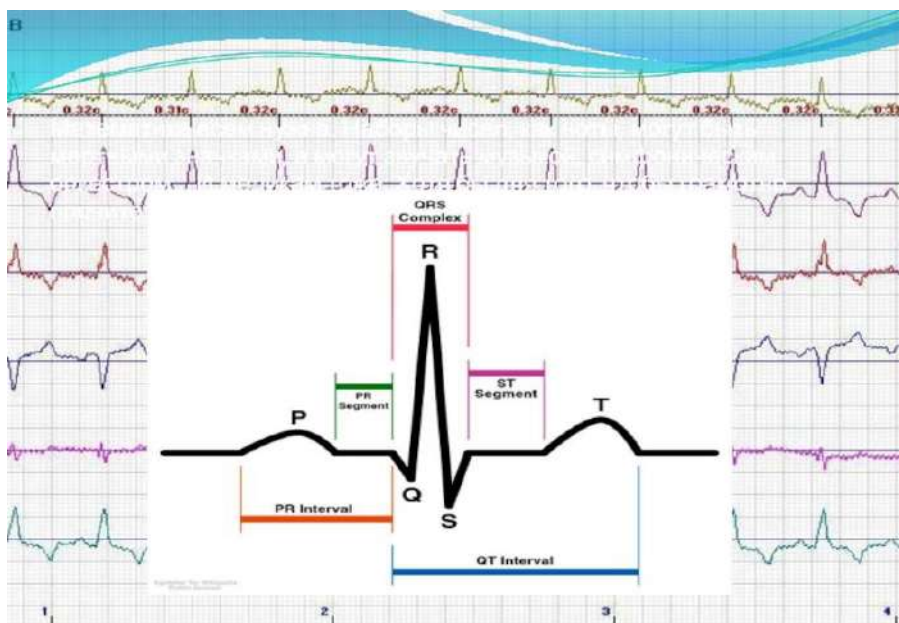
В сучасному світі положення математики далеко вже не те, яким було сто чи навіть сорок років тому. Застосування методу математичного моделювання і інформаційних засобів навчання стали невід'ємною частиною наукового-технічного процесу. Таке широке застосування математики пов'язане з тим, що можливості описового методу вичерпали себе і подальший успіх розвитку всіх наук можливий лише на базі використання точних кількісних методів дослідження, тобто застосування математичного апарату. І ще однією причиною є те, що сама математика досягла такого розвитку, який дозволяє створити потужні електронно-обчислювальні машини, які здатні використовувати великі об'єми громіздких обчислень.

Застосування математики багатовимірне це і читання рентгенівських знімків, розрахунок дозування лікарських препаратів збір і складання статистики, прогноз поліпшення чи погіршення стану пацієнта, робота з комп'ютерною технікою та інше.

Розглянемо різне застосування математичного апарату, тобто однорідно-змішану групу, що складається із  $n + 1$  індивідуумів. Нехай в момент  $t$  в цій групі наявні  $x$  схильних до зараження індивідуумів і  $y$  джерел інфекції, тобто  $x + y = n + 1$ . Припустимо що середнє число нових випадків захворювання, що з'являються в інтервалі  $\Delta t$ , будуть пропорційні як до числа  $y$  джерел інфекції. Так і до числа  $x$  схильних до заражень індивідуумів. Якщо частота контактів між членами цієї групи дорівнює  $\beta$ , то середнє число нових випадків захворювання, що з'являються в інтервалів  $\Delta t$ , буде дорівнювати  $\beta xy \Delta t$ , тобто Введемо змінну  $\tau = \beta t$ .

Ми бачимо, що зображений індивідуум стає заразним для решти схильних індивідуумів відразу після того, як він сам заразиться, тобто що латентний період дорівнює нулю. Розв'язок рівняння буде мати вигляд  $x = \frac{n(n+1)}{n+e^{(n+1)\tau}}$ . І це математична модель епідемії грипу.

Математика всім потрібна. Всі ми знаємо, що ліва півкуля мозку людини допомагає розв'язувати математичні задачі. Набори чисел, як ноти, можуть бути мертвими значками, а можуть звучати музикою, симфонічним оркестром ... І медикам теж. Хоча б для того, щоб грамотно прочитати звичайну кардіограму.



У фармацевтиці особливо важлива математика. Адже потрібно точно розрахувати скільки потрібно ввести препарату певній людині в залежності від його особистих характеристик, і навіть сам склад лікарського речовини потрібно розраховувати, щоб ніде не помилитися.

У медицині дуже багато математичних формул. Наприклад, для розрахунку пульсового тиску, підбору лінзи при заміні кришталіка, введення рідини і електролітів хворим з дегідратацією, визначення типу аритмії на ЕКГ і багато інших ... ще лікарю потрібно прораховувати, скільки потрібно вводити тих чи інших ліків.

Як і сама математика, диференціальні рівняння стали широко використовуватися не лише у математиці, а й в багатьох інших науках. Отож, наскільки важливими є диференціальні рівняння і як часто ми їх зустрічаємо у реальному житті? Можливо для декого це буде неочікуваним, але насправді, диференціальні рівняння відіграють величезну роль в нашому житті і це стосується не тільки математиків фізиків, але й людей, які зовсім не пов'язані з наукою. Їхню значущість можна оцінити з можливості математично описати, або моделювати реальні життєві ситуації. Диференціальні рівняння описують різноманітні процеси в таких дисциплінах як екологія, хімічна кінетика, архітектура, фізика, машинобудування, демографія, механіка, електротехніка, будівництво, медицина, метрологія, економіка і взагалі, якщо існує явище зміни однієї величини відносно іншої, то воно може бути описане диференціальним рівнянням або системою рівнянь.

Тож розглянемо декілька реальних життєвих процесів. За допомогою диференціальних рівнянь можна математично описати процес розмноження і вимирання популяцій. Нехай  $x(t)$  — кількісний стан популяції в момент  $t$ ,  $A$  — число, яке відповідає кількості народжених,  $B$  — вмираючих в одиницю часу. Тоді швидкість зміни координати  $x(t)$  задається формулою:

$$\frac{dx}{dt} = A - B$$

В даній формулі  $A$  і  $B$  можуть залежати від  $x$ . Наприклад:

$$A = ax, B = bx$$

де  $a$  — коефіцієнт народжуваності,  $b$  — смертності.

Підставляючи дані умови в рівняння отримаємо:

$$\frac{dx}{dt} = (a - b)x$$

Розв'язок даного диференціального рівняння запишемо у вигляді:

$$x(t) = x_0 e^{(a-b)(t-t_0)}$$

З даного розв'язку бачимо, що при  $a > b$  популяція виживаюча, а при  $a < b$  – вимираюча. Дане рівняння можна записати в іншому вигляді

$$\frac{dx}{dt} = ax - bx^2, \quad a > 0, b > 0$$

Це рівняння Бернуллі при  $n = 2$  і його розв'язок можна записати в такому вигляді:

$$x(t) = \frac{x_0 \frac{a}{b}}{x_0 + \left(\frac{a}{b} - x_0\right) e^{-a(t-t_0)}}$$

З даної формули бачимо, що при  $t \rightarrow \infty$ ,  $x(t) \rightarrow \frac{a}{b}$ . При цьому можливі випадки:

$$\frac{a}{b} = x_0, \quad \frac{a}{b} > x_0, \quad \frac{a}{b} < x_0$$

Рівняння  $\frac{dx}{dt} = ax - bx^2$  описує еволюцію популяцій деяких бактерій [4].

Можна говорити і про більш складні рівняння чи системи рівнянь, а саме двохвидову модель «хижак-жертва», яку можна застосовувати і реальних ситуаціях.

Існують цікаві факти про медицину, які неможливо було би визначити без використання математики, а саме:

- при розмові напружуються 72 м'язи;
- скелет людини складається з 206 кісток, 25 % із яких знаходяться в нижніх кінцівках;
- ланцюг із капілярів легких перевищила би довжину в 2400 км;
- тепло, яке виділяється тілом людини, може скип'ятити 2 л води;
- на 8 м збільшується ріст людини впродовж сну, але після пробудження повертається до попередніх чисел. Всьому виною закон гравітації;
- довжина обличчя дорівнює довжині кістки руки;
- довжина ступні приблизно дорівнює передпліччю;
- довжина носа дорівнює довжині вуха.

Отже, знання основ математики необхідні для будь-якого фахівця, навіть не тільки для медичного фахівця. Медична наука, звісно, не піддається тотальній формалізації, як це відбувається, скажімо, з фізикою, але колосальна епізодична роль математики в біології та медицині безперечна. Всі відкриття повинні спиратися на чисельні співвідношення і моделі. Майбутні фахівці повинні бути ознайомлені хоча б з базовими методами обробки і обчислення інформації, яка просто необхідна для організації швидкої, чіткої і якісної роботи. Кожний студент першого курсу повинен з першого курсу навчання відмітити для себе значення математики. І зрозуміти, що не тільки в роботі, а й в повсякденному житті ці знання важливі і набувають широкого прикладного використання, але й пізнати себе.

*Анотація:* В статті розглядаються аспекти моделей вищої математики при підготовці спеціалістів сфери медицини і біології. Приведені приклади алгоритмів і математичних методів, урахувавши їх актуальність в відповідних сферах використання.

*Ключові слова:* вища математика, математична модель, спеціалісти медицини і біології, алгоритм.

*Abstract.* The article considers aspects of models of higher mathematics in the training of specialists in medicine and biology. Examples of algorithms and mathematical methods are given, taking into account their relevance in the relevant areas of use.

*Key words:* higher mathematics, mathematical model, specialists in medicine and biology, algorithm.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. [https://nmapo.edu.ua/images/Novosti/22\\_04\\_20-42.pdf](https://nmapo.edu.ua/images/Novosti/22_04_20-42.pdf)
2. [http://4ua.co.ua/medicine/sa3bd78b5d53a89521306c27\\_0.html](http://4ua.co.ua/medicine/sa3bd78b5d53a89521306c27_0.html)
3. <https://core.ac.uk/download/pdf/144954141.pdf>
4. Розв'язування диференціальних рівнянь з використанням математичних пакетів. Автор: Черкаська Анастасія (кандидат педагогічних наук, доцент Нічишина В. В.) Центральний державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка.
5. [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A7%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%96\\_%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D0%94%D0%B8%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D1%96%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%96\\_%D1%80%D1%96%D0%B2%D0%BD%D1%8F%D0%BD%D0%BD%D1%8F](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A7%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%96_%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D0%94%D0%B8%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D1%96%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%96_%D1%80%D1%96%D0%B2%D0%BD%D1%8F%D0%BD%D0%BD%D1%8F)
6. [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D1%96%D0%B1%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D1%87%D1%87%D1%96%D0%A7%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B0\\_%D0%A4%D1%96%D0%B1%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D1%87%D1%87%D1%96](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D1%96%D0%B1%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D1%87%D1%87%D1%96%D0%A7%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B0_%D0%A4%D1%96%D0%B1%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D1%87%D1%87%D1%96)

УДК 577.2

## ДОСЛІДЖЕННЯ SOD1 ОПОСЕРЕДКОВАНОГО МЕХАНІЗМУ НАДХОДЖЕННЯ ГЛЮКОЗИ В ЕРИТРОЦИТИ

*І. В. Микуцька*

*Анотація.* Супероксиддисмутаза – фермент, що каталізує диспропорціонування супероксидних радикалів на перекис водню та молекулярний кисень. За допомогою спектрофотометричних та кінетичних методів досліджували змінення активності SOD1 в еритроцитах людини, що інкубувалися продовж п'яти годин при 20°C в окисному середовищі складу  $\text{AscH} - 1 \cdot 10^{-4} \text{ M}$ ,  $\text{Cu}^{2+} - 5 \cdot 10^{-6} \text{ M}$  з різним вмістом глюкози (від 0 до 50 мМ). Виходячи з отриманих експериментальних даних зроблено припущення, що за умов присутності глюкози SOD1 бере участь у стабілізації двох гомологів 1-гамма (СК1γ) казеїнкінрази, Yck1p та Yck2p, необхідних для пригнічення зв'язування кисню і посилення гліколізу. Показано, що змінення активності SOD1 відбувається за рахунок зв'язування з мембраною еритроциту та з цитоплазматичним дегроном Yck1p/Yck2p.

*Ключові слова:* Еритроцити людини, супероксиддисмутаза, окисний стрес, казеїнкінза

### Вступ

Еритроцит ссавців функціонує як транспортер кисню і, отже, постійно зазнає окисного стресу (ОС) [1, 2]. Очевидно, що окисно-відновний стан клітини та активність захисних механізмів є ключовим фактором, що визначає життєздатність клітин [3]. Антиоксидантна система захисту в еритроцитах представлена неферментативними агентами, такі як глутатіон, аскорбат, та інші, і ферментативними – пероксидазами, які працюють разом для детоксикації клітини від активних форм кисню, що утворюються всередині або поза клітиною [2].

Першу лінію захисту від вільних радикалів забезпечує супероксиддисмутаза [2]. Супероксиддисмутази (SOD) – це сімейство антиоксидантних ферментів, які знешкоджують супероксид-аніон радикал ( $\text{O}_2^{\cdot-}$ ). SOD дуже добре збереглися від бактерій до людини і каталізують реакцію диспропорціонування супероксидного аніона ( $\text{O}_2^{\cdot-}$ ) до молекулярного кисню ( $\text{O}_2$ ) та перекису водню ( $\text{H}_2\text{O}_2$ ) [4]:

Хоча перекис водню є менш реакційноздатним, ніж супероксид, він здатен окислювати, розгортати та інактивувати SOD, принаймні *in vitro*. Втрата функції SOD призводить до збільшення супероксидних аніонів, що спричиняє негативні ефекти, включаючи загибель клітин в умовах кисневого стресу. Одним з можливих механізмів інактивації SOD є окислення власним продуктом реакції – перекисом водню [5]. Реакція дисмутації, що каталізується SOD, надзвичайно ефективна, протікає при швидкості реакції  $\sim 10^9 \text{ M}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ , наближаючись до меж дифузії, що робить SOD одними з найшвидших ферментів у біології [4, 6].

SOD унікальні тим, що вони одночасно впливають як на вміст  $\text{O}_2^{\cdot-}$ , так і на  $\text{H}_2\text{O}_2$  і, як наслідок, грають подвійну роль у захисті від токсичності  $\text{O}_2^{\cdot-}$  та регулюванні  $\text{H}_2\text{O}_2$ -опосередкованої окисно-відновної сигналізації [6].