

ЕФЕКТИВНІСТЬ ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕРПОЛЯЦІЙНОГО ПОЛІНОМУ ЛАГРАНЖА ДЛЯ ПОБУДОВИ МОДЕЛЕЙ ПРОГНОЗУ КАПІТАЛЬНИХ ІНВЕСТИЦІЙ

О. О. Комар, Н. А. Потапова

Анотація. У статті розглянуто використання інтерполяційного поліному Лагранжа для прогнозування капітальних інвестицій у напрями видавничої діяльності та комп'ютерного програмування. Розроблено моделі прогнозування на основі використання методів обчислень поліному Лагранжа та оцінено його ефективність.

Ключові слова: прогнозування, капітальні інвестиції, методи обчислень, інтерполяція, поліном Лагранжа.

Вступ. Однією з проблем державної політики була й залишається проблематика інвестиційних надходжень, із визначенням яких пов'язують загальнодержавне бачення стратегічних пріоритетів розвитку для досягнення національних інтересів. Інвестиційні вкладення впливають на ринок виробництва та дають змогу сформувати фундамент для інноваційного розвитку за визначеними інвестиційною політикою економічними напрями. Інвестиції є сукупними витратами, що реалізуються у вигляді довгострокових вкладень капіталу у різні галузі народного господарства. За Міжнародними стандартами обліку та аудиту інвестиції визнаються частиною активу, яка необхідна підприємству для накопичення багатства (капіталу) шляхом вкладення коштів, амортизації капіталу та отримання інших вигід інвестором, подібних доходам від торговельних відносин [1].

Напрямок інформаційних технологій та пов'язаної з ним діяльності є одним із перспективних щодо інвестиційних вкладень, а його продукція отримується внаслідок реалізації інвестиційних програм та проектів за умов обмежень на ресурси. Інвестиційні рішення можуть бути підставою для отримання підприємствами стійких позицій на ринках у конкурентному середовищі інших фірм галузі. Через це прогнозування обсягів інвестиційних вкладень та можливих ризиків є важливим етапом прийняття рішень щодо капітальних інвестицій у різні види економічної діяльності.

Застосування математичних методів під час оцінки прогнозу інвестиційних вкладень дає змогу розробити математичну модель, яка може використовуватись для аналізу тенденцій інвестиційних надходжень. Зокрема, такими методами є методи обчислень для проведення інтерполяції даних на основі інтерполяційного многочлена Лагранжа. Інтерполяційний многочлен Лагранжа є одним з найпоширеніших методів інтерполяції, який дає змогу апроксимувати значення функції в невідомих точках на основі значень функції в заданих точках [3].

Метою статті є оцінка можливостей та ефективності використання інтерполяційного многочлена Лагранжа для прогнозування капітальних інвестицій за такими видами економічної діяльності як: видавнича діяльність, радіомовлення, телебачення; комп'ютерне програмування та надання інших інформаційних послуг.

Основна частина. Теоретичну основу розрахунку поліному Лагранжа, який використовується для прогнозування становить визначення інтерполяційного многочлену Лагранжа в визначених точках інтерполяції.

Якщо існує набір дискретних точок $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, де x_i та y_i – відомі значення функції в точках x_i . Інтерполяційний многочлен Лагранжа має вигляд [3]:

$$P_n(x) = y_1 \cdot L_1(x) + y_2 \cdot L_2(x) + \dots + y_n \cdot L_n(x),$$

$$L_n(x) = \frac{(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot \dots \cdot (x - x_{i-1})}{(x_i - x_1) \cdot (x_i - x_2) \cdot \dots \cdot (x_i - x_{i-1})} \cdot \frac{(x - x_{i+1}) \cdot \dots \cdot (x - x_n)}{(x_i - x_{i+1}) \cdot \dots \cdot (x_i - x_n)}, \quad (1)$$

де $P_n(x)$ – поліном Лагранжа;

$L_n(x)$ – n -й многочлен Лагранжа.

Під час використання інтерполяційного многочлена Лагранжа важливо пам'ятати, що точність апроксимації залежить від розташування точок x_i на відрізку $[a, b]$, де a та b – крайні точки відрізка. Найбільш точні результати можна отримати за умови рівномірного розташування то-

чок. Інтерполяційний многочлен Лагранжа має кілька переваг, порівняно з іншими методами інтерполяції, зокрема він є простим у застосуванні та не вимагає знань про особливості функції в окремих точках. Однак він також має свої недоліки, а саме може виникнути проблема великих похибок під час використання многочлена у віддалених областях поза межами визначеного відрізка.

Розробка моделі прогнозування капітальних інвестицій проводиться з урахуванням ряду передісторії, яким є дані показника в розрізі конкретного виду діяльності, зокрема видавничої діяльності, радіомовлення, телебачення та комп'ютерного програмування та надання інших інформаційних послуг за 2018–2021 роки. Отже, точки інтерполяції будуть дані за вказаним статистичним рядом (y_i). Результат інтерполяції ($y_{\text{інтерпол}}$) обчислюється на основі поліному Лагранжа. Оцінка відхилення в точках інтерполяції ($\epsilon_{\text{інтерпол}}$) обчислюється як абсолютна різниця базових та інтерполяційних значень ($\epsilon_{\text{інтерпол}} = |y - y_{\text{інтерпол}}|$). Вибірка вхідних даних визначає степінь поліному ($n - 1 = 3$). Загальна формула поліному Лагранжа буде мати вигляд:

$$P_n(x) = y_0 \cdot L_0(x) + y_1 \cdot L_1(x) + y_2 \cdot L_2(x) + y_3 \cdot L_3(x). \quad (2)$$

У галузі засобів масової інформації, зокрема у видавничій діяльності, радіомовленні та телебаченні, капітальні інвестиції є важливим інструментом розвитку і вдосконалення технічних засобів та послуг, що надаються. Наприклад, видання нових книжок, запровадження нових радіо- та телепередач, зміна формату та якості мовлення, розширення зони охоплення тощо [4].

Сутність використання методів обчислень за поліномом Лагранжа обґрунтовується необхідністю витрат капітальних інвестицій на розвиток засобів масової інформації, шляхом отримання прогнозних розрахунків на етапі аналізу і прогнозування ефективності інвестиційних проєктів. Вихідний масив даних для розробки прогнозної оцінки капітальних інвестицій у видавничу діяльність, радіомовлення, телебачення наведено у таблиці 1.

Таблиця 1

Капітальні інвестиції у видавничу діяльність, радіомовлення, телебачення, 2018–2021 рр. (у млн грн)

Рік	2018	2019	2020	2021
$x(i)$	0	1	2	3
Капітальні інвестиції у видавничу діяльність, радіомовлення, телебачення, $y(i)$	4 744,6	5 766,4	5 193,7	6 786,2

Джерело: Державна служба статистики України [5]

Проведені розрахунки многочленів Лагранжа мають такий результат:

$$1. L_0(x) = \frac{(x-x_1) \cdot (x-x_2) \cdot (x-x_3) \cdot y_0}{(x_0-x_1) \cdot (x_0-x_2) \cdot (x_0-x_3)} = \frac{(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)}{-6} \cdot 4\,744,6 = -790,767 \cdot x^3 + 4\,744,602 \cdot x^2 - 8\,698,437 \cdot x + 4\,744,602.$$

$$2. L_1(x) = \frac{(x-x_0) \cdot (x-x_2) \cdot (x-x_3) \cdot y_1}{(x_1-x_0) \cdot (x_1-x_2) \cdot (x_1-x_3)} = \frac{(x-0) \cdot (x-2) \cdot (x-3)}{2} \cdot 5\,766,4 = 2\,883,2 \cdot x^3 - 14\,416 \cdot x^2 + 17\,299,2 \cdot x.$$

$$3. L_2(x) = \frac{(x-x_0) \cdot (x-x_1) \cdot (x-x_3) \cdot y_2}{(x_2-x_0) \cdot (x_2-x_1) \cdot (x_2-x_3)} = \frac{(x-0) \cdot (x-1) \cdot (x-3)}{-2} \cdot 5\,193,7 = -2\,596,85 \cdot x^3 + 10\,387,4 \cdot x^2 - 7\,790,55 \cdot x.$$

$$4. L_3(x) = \frac{(x-x_0) \cdot (x-x_1) \cdot (x-x_2) \cdot y_3}{(x_3-x_0) \cdot (x_3-x_1) \cdot (x_3-x_2)} = \frac{(x-0) \cdot (x-1) \cdot (x-2)}{6} \cdot 6\,786,2 = 1\,131,033 \cdot x^3 - 3\,393,099 \cdot x^2 + 2\,262,066 \cdot x.$$

Вигляд інтерполяційного поліному Лагранжа:

$$P_3(x) = 626,616 \cdot x^3 - 2\,677,097 \cdot x^2 + 3\,072,279 \cdot x + 4\,744,602. \quad (3)$$

Результати прогнозної оцінки капітальних інвестицій у видавничу діяльність, радіомовлення, телебачення наведено у таблиці 2.

Результати прогнозової оцінки капітальних інвестицій у видавничу діяльність, радіомовлення, телебачення, 2018–2021 (у млн грн)

Рік	2018	2019	2020	2021	2022	2023
x(i)	0	1	2	3	4	5
y(i)	4 744,6	5 766,4	5 193,7	6 786,2		
У _{інтерпол}	4 744,6	5 766,4	5 193,7	6 786,2	14 303,6	31 505,6
ε _{інтерпол}	0,0	0,0	0,0	0,0		

Джерело: Розраховано авторами на основі даних [5]

До капітальних інвестицій у комп'ютерне програмування та інформаційні послуги належать витрати на розробку програмного забезпечення, створення інформаційних систем, купівлю комп'ютерного обладнання та його модернізацію. Для ефективного використання капітальних інвестицій у цій галузі важливо знати потреби ринку і спрямовувати зусилля на розробку нових продуктів та послуг [2].

Інтерполяційний многочлен Лагранжа може бути корисним інструментом для прогнозування попиту на програмне забезпечення та інші інформаційні послуги. З його допомогою можна побудувати прогнозну модель з метою оцінки майбутніх витрат.

Вихідні дані для побудови поліному Лагранжа для прогнозу капітальних інвестицій у комп'ютерне програмування та надання інших інформаційних послуг наведено у таблиці 3.

Таблиця 3

Капітальні інвестиції у комп'ютерне програмування та надання інших інформаційних послуг, 2018–2021 (у млн грн)

Рік	2018	2019	2020	2021
x (i)	0	1	2	3
Капітальні інвестиції у комп'ютерне програмування та надання інших інформаційних послуг, y(i)	3 822,5	3 562,6	2 891,2	4 546,1

Джерело: Державна служба статистики України [5]

Проведені розрахунки за показником капітальних інвестицій у комп'ютерне програмування та надання інших інформаційних послуг мають такий результат:

$$1. L_0(x) = \frac{(x-x_1) \cdot (x-x_2) \cdot (x-x_3) \cdot y_0}{(x_0-x_1) \cdot (x_0-x_2) \cdot (x_0-x_3)} = \frac{(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)}{-6} \cdot 3\,822,5 = -637,083 \cdot x^3 + 3\,822,498 \cdot x^2 - 7\,007,913 \cdot x + 3\,822,149.$$

$$2. L_1(x) = \frac{(x-x_0) \cdot (x-x_2) \cdot (x-x_3) \cdot y_1}{(x_1-x_0) \cdot (x_1-x_2) \cdot (x_1-x_3)} = \frac{(x-0) \cdot (x-2) \cdot (x-3)}{2} \cdot 3\,562,6 = 1\,781,3 \cdot x^3 - 8\,906,5 \cdot x^2 + 10\,687,8 \cdot x.$$

$$3. L_2(x) = \frac{(x-x_0) \cdot (x-x_1) \cdot (x-x_3) \cdot y_2}{(x_2-x_0) \cdot (x_2-x_1) \cdot (x_2-x_3)} = \frac{(x-0) \cdot (x-1) \cdot (x-3)}{-2} \cdot 2\,891,2 = -1\,445,6 \cdot x^3 + 5\,782,4 \cdot x^2 - 4\,336,8 \cdot x.$$

$$4. L_3(x) = \frac{(x-x_0) \cdot (x-x_1) \cdot (x-x_2) \cdot y_3}{(x_3-x_0) \cdot (x_3-x_1) \cdot (x_3-x_2)} = \frac{(x-0) \cdot (x-1) \cdot (x-2)}{6} \cdot 4\,546,1 = 757,683 \cdot x^3 - 2\,273,049 \cdot x^2 + 1\,515,366 \cdot x.$$

Вигляд інтерполяційного поліному Лагранжа:

$$P_3(x) = 456,3 \cdot x^3 - 1\,574,651 \cdot x^2 + 858,453 \cdot x + 3\,822,149. \quad (4)$$

Результати прогнозової оцінки капітальних інвестицій у комп'ютерне програмування та надання інших інформаційних послуг наведено у таблиці 4.

Таблиця 4

Результати прогнозової оцінки капітальних інвестицій у комп'ютерне програмування та надання інших інформаційних послуг (у млн грн)

Рік	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
x	0	1	2	3	4	5	6
y	3 822,5	3 562,6	2 891,2	4 546,1			

Рік	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Уінтерпол	3 822,1	3 562,3	2 890,9	4 545,7	11 264,7	25 785,6	50 846,2
Єінтерпол	0,4	0,3	0,3	0,4			

Джерело: Розраховано авторами на основі даних [5]

Висновки. Інтерполяційний многочлен Лагранжа може бути застосований для оцінки прогнозу капітальних інвестицій на основі початкового набору даних про інвестиційні проекти в певному секторі. Тоді можна побудувати інтерполяційний многочлен Лагранжа, який проходить через ці дані, і використовувати його для прогнозування ефективності інших проектів у цьому секторі. Водночас необхідно враховувати особливості конкретної галузі та її потреби у тих ресурсах, інвестиційні потреби яких мають задовольнятися.

Однак слід мати на увазі, що високі ступені поліному Лагранжа можуть призвести до перенавантаження моделі і недооцінення ризиків. Тому перед застосуванням інтерполяційного многочлена Лагранжа в капітальних інвестиціях важливо ретельно проаналізувати дані та за потреби використовувати методи для перевірки точності прогнозів та надійності рішень.

Abstract. The article examines the use of the Lagrange interpolation polynomial for forecasting capital investments in publishing and computer programming. Forecasting models based on the use of Lagrange polynomial calculation methods were developed and their effectiveness was evaluated.

Keywords: forecasting, capital investment, calculation methods, interpolation, Lagrange polynomial.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Книш О. А., Падерін І. Д., Жадько К. С. Теоретичні основи інвестиційної політики суб'єктів господарювання. *Науковий погляд: економіка та управління*. 2022. № 2(78). С. 7–13. URL: http://scientificview.umsf.in.ua/archive/2022/2_78_2022/3.pdf
2. Катренко А. В., Пастернак О. В. Системні аспекти інвестування в галузі інформаційних технологій. *Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Інформаційні системи та мережі*. 2014. № 805. С. 402–411. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/VNULPICM_2014_805_45
3. Волонтир Л. О., Зелінська О. В., Потапова Н. А., Чіков І. А. Чисельні методи: навчальний посібник. Вінниця: ВНАУ, 2020. 322 с. URL: <https://r.donnu.edu.ua/handle/123456789/1805>
4. Beers V. Telecommunications Sector: What and How to Invest in It. URL: <https://www.investopedia.com/ask/answers/070815/what-telecommunications-sector.asp>
5. Офіційний сайт Державної служби статистики України. URL: https://www.ukrstat.gov.ua/operativ/menu/menu_u/ioz_19.htm

УДК 502.175-042.2:712.253(477.44-25):711.168

ПОРІВНЯЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ФУНКЦІОНУВАННЯ ТА ЕКОЛОГІЧНОГО СТАНУ ВІННИЦЬКОГО ПАРКУ «ХІМІК» ДО ТА ПІСЛЯ ПРОВЕДЕННЯ РЕКОНСТРУКЦІЇ

В. А. Кікавець, О. В. Мацталер

Анотація. У дослідженні подана порівняльна характеристика екологічного стану парку «Хімік» у місті Вінниця, а також його функції у різний час. Методологічною основою роботи є системний підхід, принцип історизму, наукової об'єктивності, критичного та структурно-системного підходу до літературної та джерельної бази роботи. Специфіка досліджуваної теми передбачає застосування порівняльного аналізу на основі наявної інформації, представленої у відкритих джерелах, у вигляді схем, текстових та фотозвітів, про стан парку «Хімік» станом до початку проведення реконструкції (2018-й рік і раніше), а також інформації про екологічний стан парку «Хімік» на момент написання статті, яка була зібрана та проаналізована авторами статті. Використана методика візуального огляду, дослідження віку дерев шляхом вимірювання товщини їх стовбура, аналіз архівних даних.

Ключові слова: парк «Хімік», екологічний стан, дерева, функції парку.

Парк «Хімік» – єдиний парк Замостянського мікрорайону, знаходиться на його північному сході. Парк є цікавим об'єктом дослідження в контексті загального дослідження зелених зон міста Вінниці. З-поміж інших парків міста його виділяють компактні розміри – це один із найменших парків міста Вінниці площею приблизно 4 гектари. Також визначною ознакою парку