

ЗАСТОСУВАННЯ ПОЛІНОМУ ЛАГРАНЖА ДЛЯ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ ОБСЯГУ РОЗМІЩЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ НА ВЕБВУЗЛАХ І ПОВ'ЯЗАНОЇ З НИМИ ДІЯЛЬНОСТІ НА ВЕБПОРТАЛАХ

В. С. Вовк, Н. А. Потапова

Анотація. Стаття присвячена дослідженню застосування інтерполяційного поліному Лагранжа для інтерполяції даних, пов'язаних із розміщенням інформації на вебвузлах та діяльністю на вебпорталах. Проаналізовано статистичні показники використання вебсайтів для представлення інформації та взаємодії з користувачами. Для обробки та наближеного відтворення значень використано поліном Лагранжа, що дає змогу побудувати інтерполяційну функцію на основі наявних даних. Отримані результати демонструють можливість застосування методів інтерполяції для аналізу та оцінки змін показників у сфері використання вебресурсів. Проведене дослідження показує доцільність використання математичних методів у задачах аналізу даних, пов'язаних із функціонуванням вебпорталів.

Ключові слова: методи обчислень, поліном Лагранжа, інтерполяція, вебвузли, вебпортали, статистичні дані.

Вступ. Одним із засобів розвитку сучасної економіки є інформаційні технології. Вони здатні прискорити економічне зростання країни та створення цифрової економіки, тому ринок інформаційних технологій суттєво впливає на світову економіку загалом і на розвиток економіки окремих країн.

Актуальність дослідження зумовлена постійним зростанням кількості вебвузлів та вебпорталів, а також розширенням сфер їх використання. Все більше підприємств використовують власні вебсайти для розміщення інформації про свою діяльність, реклами продукції та взаємодії з користувачами. У зв'язку з цим зростає обсяг статистичних даних, що характеризують використання вебресурсів, зокрема показники кількості підприємств, які мають вебсайти, обсяги розміщеної інформації, рівень використання онлайн-сервісів та інші показники цифрової діяльності.

Аналіз таких статистичних даних дає змогу досліджувати тенденції розвитку інформаційних технологій, рівень цифровізації підприємств та зміну ролі вебресурсів у сучасній економіці. Для обробки та аналізу подібних даних широко застосовуються математичні методи, які допомагають виявляти закономірності зміни показників та будувати наближені моделі їх розвитку. Ефективним інструментом аналізу є методи інтерполяції, що дають можливість отримувати проміжні значення функцій на основі відомих статистичних даних [1].

Одним із найбільш відомих методів інтерполяції є інтерполяційний поліном Лагранжа. Цей метод дає змогу побудувати поліном, який проходить через задані точки, що робить його зручним для відтворення функціональної залежності між показниками. Використання поліному Лагранжа допомагає отримати аналітичний вираз функції та дослідити поведінку показників між відомими значеннями.

Застосування цього методу може бути корисним для аналізу статистичних показників, пов'язаних із діяльністю у мережі Інтернет, зокрема розміщенням інформації на вебвузлах та функціонуванням вебпорталів. Використання математичних методів дає змогу більш точно оцінювати тенденції зміни показників та проводити їх подальший аналіз [2].

Отже, дослідження можливостей застосування інтерполяційного поліному Лагранжа для аналізу даних, пов'язаних із використанням вебресурсів, є актуальним завданням.

Метою статті є аналіз застосування інтерполяційного поліному Лагранжа для інтерполяції статистичних даних, пов'язаних із розміщенням інформації на вебвузлах та діяльністю на вебпорталах за 2021–2024 рр., задля виявлення тенденцій розвитку цифрових ресурсів та оцінки їх ролі в економіці.

Основна частина. Теоретичною основою застосування поліному Лагранжа для аналізу та прогнозування показників, пов'язаних із розміщенням інформації на вебвузлах і діяльністю на вебпорталах, є визначення інтерполяційного поліному Лагранжа в заданих точках інтерполяції.

Нехай задано набір дискретних точок $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, де x_i – значення аргументу, а y_i – відповідні значення досліджуваного показника. У цьому випадку інтерполяційний поліном Лагранжа визначається формулою [3]:

$$P_n(x) = y_1L_1(x) + y_2L_2(x) + \dots + y_nL_n(x), \quad (1)$$

де базисні поліноми мають вигляд:

$$L_i(x) = \frac{x - x_1}{x_i - x_1} \cdot \frac{x - x_2}{x_i - x_2} \cdot \dots \cdot \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \cdot \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} \cdot \dots \cdot \frac{x - x_n}{x_i - x_n}, \quad (2)$$

де $P_n(x)$ – інтерполяційний поліном Лагранжа;

$L_i(x)$ – базисний многочлен Лагранжа.

Згідно з теоремою інтерполяції, для будь-яких $n + 1$ різних значень аргументу існує єдиний поліном степеня не вище n , який проходить через усі задані точки даних. Цей поліном і називається інтерполяційним поліномом Лагранжа [4].

Під час використання інтерполяційного поліному Лагранжа важливо враховувати, що точність апроксимації залежить від розташування вузлів інтерполяції x_i на відрізку $[a, b]$, де a та b – крайні точки досліджуваного інтервалу. Найкращі результати досягаються за умови рівномірного розміщення вузлів інтерполяції. Серед основних переваг методу можна виділити його простоту та можливість побудови наближених значень функції без необхідності знання її аналітичного вигляду. Водночас треба враховувати, що у разі використання поліному за межами інтерполяційного інтервалу можливе зростання похибки.

У дослідженні процесів розміщення інформації на вебвузлах та пов'язаної з ними діяльності на вебпорталах інтерполяційний поліном Лагранжа може застосовуватися для аналізу статистичних даних за попередні періоди. Наприклад, для моделювання динаміки показників використання вебресурсів, кількості опублікованих матеріалів, активності користувачів або розвитку вебпорталів. У такому випадку вузли інтерполяції формуються на основі статистичних даних за певні роки або часові періоди, а результат інтерполяції ($y_{\text{інтерп}}$) визначається за допомогою поліному Лагранжа.

Для оцінювання точності отриманих результатів використовується показник похибки інтерполяції, що визначається як абсолютна різниця між фактичним значенням показника та значенням, отриманим за допомогою інтерполяції:

$$e_{\text{інтерп}} = |y - y_{\text{інтерп}}|.$$

Кількість вихідних даних визначає степінь поліному. Якщо використовується чотири вузли інтерполяції, то степінь полінома становить $n - 1 = 3$. У цьому випадку загальна форма інтерполяційного поліному має вигляд:

$$P_n(x) = y_0L_0(x) + y_1L_1(x) + y_2L_2(x) + y_3L_3(x). \quad (3)$$

У сфері вебтехнологій та цифрових інформаційних ресурсів використання поліному Лагранжа дає змогу аналізувати та прогнозувати зміну показників функціонування вебпорталів, активність користувачів, інтенсивність розміщення інформації та розвиток онлайн-сервісів. Отримані результати можуть бути використані для оцінювання тенденцій розвитку вебресурсів, планування інформаційної політики порталів, оптимізації контент-стратегій і підвищення ефективності управління цифровими платформами.

Вхідні дані діяльності з оброблення даних, розміщення інформації на вебвузлах та функціонування вебпорталів за 2021–2024 рр., що використовується як вузли інтерполяції, наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Обсяг діяльності підприємств України у сфері оброблення даних, розміщення інформації на вебвузлах і пов'язаної з ними діяльності (вебпортали), 2021–2024 рр., млрд грн

Рік	2021	2022	2023	2024
$x(i)$	0	1	2	3
Обсяг розміщення інформації на вебвузлах і пов'язаної з ними діяльності; вебпортали в млрд грн, $y(i)$	52,29	29,07	35,67	41,30

Джерело: Державна служба статистики України [5]

На основі даних статистики проведено розрахунок поліному Лагранжа. Отримано наступні доданки поліному Лагранжа:

$$1. L_0(x) = \frac{(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)}{(x_0 - x_1) \cdot (x_0 - x_2) \cdot (x_0 - x_3)} \cdot y_0 = \frac{(x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3)}{-6} \cdot 52,29 = -8,715x^3 + 52,29x^2 - 95,865x + 52,29.$$

$$2. L_1(x) = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)}{(x_1 - x_0) \cdot (x_1 - x_2) \cdot (x_1 - x_3)} \cdot y_1 = \frac{(x - 0) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3)}{2} \cdot 29,07 = 14,535x^3 - 72,675x^2 + 87,21x.$$

$$3. L_2(x) = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_3)}{(x_2 - x_0) \cdot (x_2 - x_1) \cdot (x_2 - x_3)} \cdot y_2 = \frac{(x - 0) \cdot (x - 1) \cdot (x - 3)}{-2} \cdot 35,67 = -17,835x^3 + 71,34x^2 - 53,505x.$$

$$4. L_3(x) = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)}{(x_3 - x_0) \cdot (x_3 - x_1) \cdot (x_3 - x_2)} \cdot y_3 = \frac{(x - 0) \cdot (x - 1) \cdot (x - 2)}{-2} \cdot 41,30 = 6,8833x^3 - 20,6499x^2 + 13,7666x.$$

Інтерполяційний поліном Лагранжа має вигляд:

$$P_3(x) = L_0 + L_1 + L_2 + L_3 = -5,1317x^3 + 30,3051x^2 - 48,3934x + 52,29. \quad (4)$$

Зазначимо, що аналіз отриманої аналітичної моделі у вигляді поліному Лагранжа показує наявність ознак нелінійності у процесі зміни обсягу діяльності підприємств у сфері розміщення інформації на вебвузлах і пов'язаної з ними діяльності (вебпорталів). Перша похідна функції має вигляд:

$$P'_3(x) = -15,3951x^2 + 60,6102x - 48,3934. \quad (5)$$

Отримані результати свідчать, що протягом досліджуваного періоду швидкість зміни у 2021–2022 рр. мала від'ємне значення, що свідчить про зниження показника. У 2023 р. спостерігалось зростання темпів зміни показника, де значення першої похідної досягло максимального рівня. У 2024 р. знову відбулося зменшення швидкості зміни показника, що підтверджує нелінійний характер динаміки досліджуваного процесу (рис. 1).

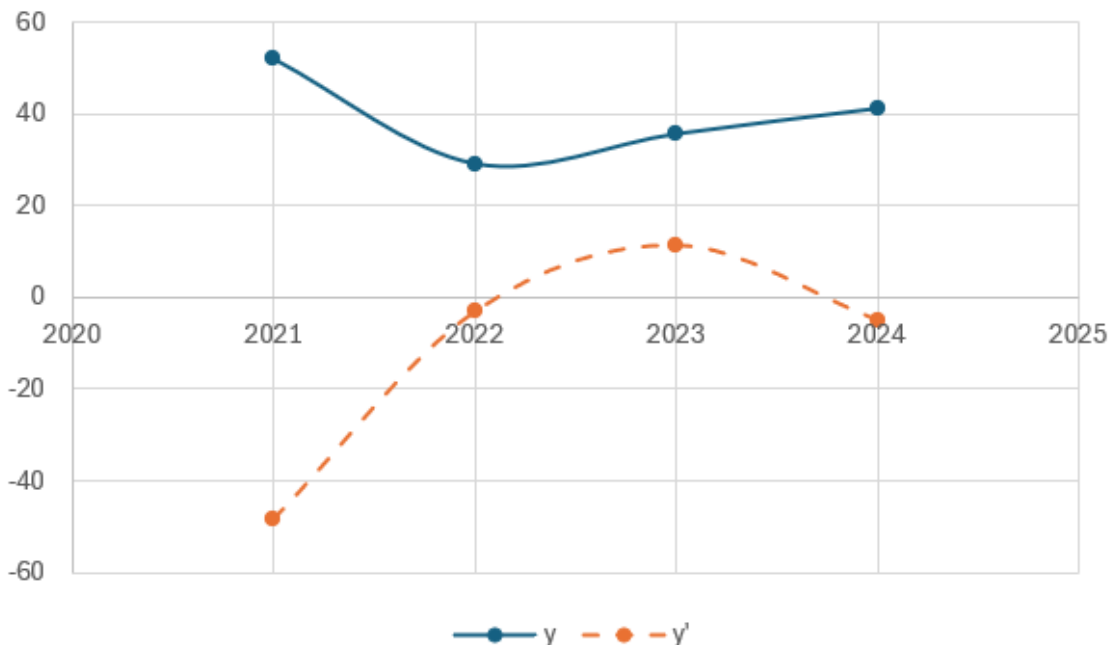


Рис. 1. Динаміка показника діяльності з розміщення інформації на вебвузлах і вебпорталах та швидкість його зміни

Результати оцінки інтерполяції даних розміщення інформації на вебвузлах і вебпорталах у 2021–2024 рр., наведено у табл. 2.

**Результати оцінки інтерполяції обсягу діяльності підприємств України
за видом економічної діяльності «Розміщення інформації на вебвузлах
і пов'язана з ними діяльність; вебпортали», 2021–2024 рр., млрд грн**

Рік	2021	2022	2023	2024
$x(i)$	0	1	2	3
$y1(i)$	52,29	29,07	35,67	41,30
$y1_{\text{інтерп}}(i)$	52,29	29,07	35,67	41,30
$e_{\text{інтерп}}(i)$	0	0	0	0

Джерело: розраховано авторами на основі даних [5]

Вихідні дані для аналізу та прогнозування частки обсягу послуг з розміщення інформації на вебвузлах і вебпорталах у загальному обсязі інформаційного сектору наведено у табл. 3.

Таблиця 3

**Частка обсягу реалізованої продукції підприємств України
у сфері розміщення інформації на вебвузлах і пов'язаною з ними діяльністю
від економічної діяльності «Розміщення інформації на вебвузлах
і пов'язана з ними діяльність; вебпортали», 2021–2024 рр., %**

Рік	2021	2022	2023	2024
$x(i)$	0	1	2	3
Частка обсягу реалізованої продукції підприємств у сфері розміщення інформації на вебвузлах і пов'язаною з ними діяльністю від економічної діяльності «Розміщення інформації на вебвузлах і пов'язана з ними діяльність; вебпортали», $y2(i)$	0,96	0,93	0,93	0,89

Джерело: Державна служба статистики України [5]

Проведені розрахунки доданків поліномів Лагранжа мають такий результат:

$$1. L_0(x) = \frac{(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)}{(x_0 - x_1) \cdot (x_0 - x_2) \cdot (x_0 - x_3)} \cdot y_0 = \frac{(x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3)}{-6} \cdot 0,96 = -0,16x^3 + 0,96x^2 - 1,76x + 0,96.$$

$$2. L_1(x) = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)}{(x_1 - x_0) \cdot (x_1 - x_2) \cdot (x_1 - x_3)} \cdot y_1 = \frac{(x - 0) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3)}{2} \cdot 0,93 = 0,465x^3 - 2,325x^2 + 2,79x.$$

$$3. L_2(x) = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_3)}{(x_2 - x_0) \cdot (x_2 - x_1) \cdot (x_2 - x_3)} \cdot y_2 = \frac{(x - 0) \cdot (x - 1) \cdot (x - 3)}{-2} \cdot 0,93 = -0,465x^3 + 1,86x^2 - 1,395x.$$

$$4. L_3(x) = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)}{(x_3 - x_0) \cdot (x_3 - x_1) \cdot (x_3 - x_2)} \cdot y_3 = \frac{(x - 0) \cdot (x - 1) \cdot (x - 2)}{-2} \cdot 0,89 = 0,445x^3 - 1,38x^2 + 0,89x.$$

Інтерполяційний поліном Лагранжа має вигляд:

$$P_3(x) = L_0 + L_1 + L_2 + L_3 = -0,015x^3 + 0,045x^2 - 0,06x + 0,96. \quad (6)$$

Характеристика швидкості змін обсягів реалізації така:

$$P'_3(x) = -0,045x^2 + 0,09x - 0,06. \quad (7)$$

Отримані результати свідчать, що протягом досліджуваного періоду швидкість зміни частки показника не мала суттєвих відхилень (рис. 2). Аналіз першої похідної для питомої ваги сектору підтверджує стабільність структури ринку. Незважаючи на коливання загальних обсягів у млрд грн, частка вебпорталів у загальному ІТ-секторі залишалася в межах 0,89–0,96 %, що свідчить про рівномірний розвиток.

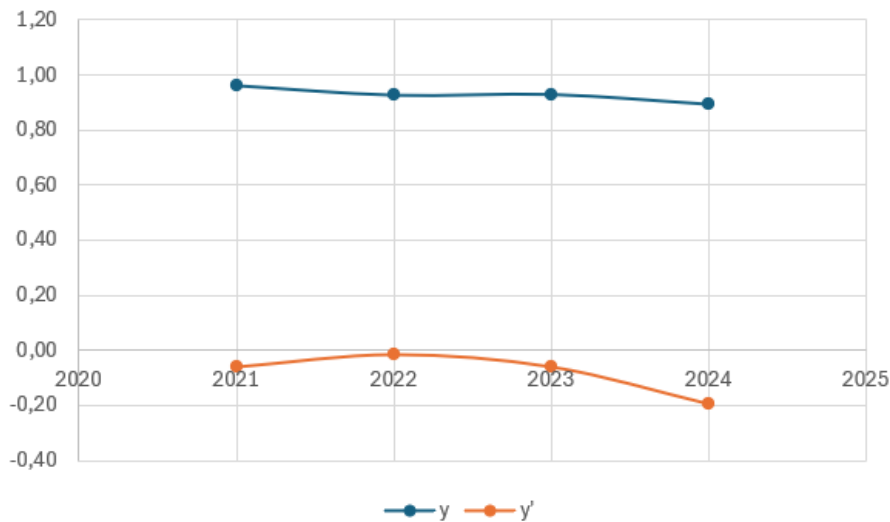


Рис. 2. Динаміка частки обсягу діяльності у сфері вебвузлів від економічної діяльності «Розміщення інформації на вебвузлах і пов'язана з ними діяльність; вебпортали» та швидкість її зміни

Результати оцінки інтерполяції частки обсягу діяльності підприємств у сфері розміщення інформації на вебвузлах серед розміщення інформації на вебвузлах і пов'язана з ними діяльність; вебпортали за 2021–2024 рр. наведено у табл. 4.

Таблиця 4

Результати оцінки інтерполяції частки обсягу діяльності підприємств України у сфері вебпорталів та розміщення інформації, 2021–2024 рр., %

Рік	2021	2022	2023	2024
$x(i)$	0	1	2	3
$y1(i)$	0,96	0,93	0,93	0,89
$y2_{\text{інтерп}}$	0,96	0,93	0,93	0,89
$e_{\text{інтерп}}$	0	0	0	0

Джерело: розраховано авторами на основі даних [5]

Висновки. Інтерполяційний поліном Лагранжа визначено як ефективний математичний інструмент для аналізу динамічних змін у сфері розміщення інформації на вебвузлах та функціонування вебпорталів. Проведене дослідження підтвердило, що цей метод дає змогу будувати точні аналітичні моделі як для абсолютних показників обсягу діяльності підприємств у мільярдах гривень, так і для відносних показників їх питомої ваги у структурі галузі у відсотках. Отримані результати моделювання свідчать про наявність ознак нелінійності у розвитку досліджуваних процесів протягом 2021–2024 рр.

Аналіз побудованих моделей та їх перших похідних дав змогу встановити нелінійний характер зміни обсягів діяльності, виявивши період стрімкої адаптації галузі до кризових умов, що згодом змінився стабілізацією показників. Водночас моделювання відносних показників продемонструвало, що попри коливання загальної капіталізації, питома вага послуг вебпорталів у загальному ІТ-секторі залишається стабільною, що підтверджує фундаментальну роль вебтехнологій у сучасній інформаційній інфраструктурі. Варто зауважити, що під час використання методу для короткострокового прогнозування за межами інтервалу спостереження можливе виникнення похибок через вплив непередбачуваних зовнішніх економічних факторів.

Практичне застосування інтерполяційного підходу надає підприємствам об'єктивно оцінювати ринкові тенденції, адаптувати контент-стратегії та підвищувати ефективність управління цифровими платформами в умовах мінливого середовища. Для подальшого підвищення точності прогнозних моделей доцільною вбачається інтеграція методів інтерполяції з інструментами статистичного аналізу та алгоритмами машинного навчання.

Abstract. The article is devoted to the study of the application of Lagrange interpolation polynomials for interpolating data related to the placement of information on web nodes and activities on web portals. Statistical indicators of website use for presenting information and interacting with users are analyzed. The Lagrange polynomial is used to process and approximate values, which allows the construction of an interpolation function based on available data. The results demonstrate the possibility of using interpolation methods to analyze and evaluate changes in indicators in the field of web resource use. The study shows the feasibility of using mathematical methods in data analysis tasks related to the functioning of web portals.

Keywords: calculation methods, Lagrange polynomial, interpolation, web nodes, web portals, statistical data.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Метод інтерполяції для прогнозування метрик використання хмарних обчислень в статистичному навчанні / Н. А. Потапова, Л. О. Волонтир, І. П. Частоколенко, М. С. Григоренко. *Наука і техніка сьогодні*. 2024. № 4(32). С. 1192–1205. URL: <http://perspectives.pp.ua/index.php/nts/article/view/10943>
2. Потапова Н. А., Комар О. О. Ефективність застосування інтерполяційного поліному Лагранжа для побудови моделей прогнозу капітальних інвестицій. *Вісник студентського наукового товариства ДонНУ імені Василя Стуса*. 2023. Т. 2, № 15. URL: <https://jvestnik-sss.donnu.edu.ua/article/view/14715>
3. Чисельні методи: навчальний посібник / Л. О. Волонтир, О. В. Зелінська, Н. А. Потапова, І. А. Чіков. Вінниця: ВНАУ, 2020. 322 с. URL: <https://r.donnu.edu.ua/handle/123456789/1805>
4. Burden R. L., Faires J. D. Numerical analysis. 9th ed. Boston: Cengage Learning, 2011. 888 p. URL: https://faculty.ksu.edu.sa/sites/default/files/numerical_analysis_9th.pdf
5. Офіційний сайт Державної служби статистики України. URL: https://www.ukrstat.gov.ua/operativ/operativ2018/zv/ikt/arh_ikt_u.html

УДК 004:005:51

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ ОДНОВИМІРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

С. О. Головня, О. А. Павлюк

Анотація. У статті проведено порівняльний аналіз методів одновимірної оптимізації, зокрема методу бісекції (дихотомії) та методу золотого перетину. Дослідження базується на зіставленні швидкості збіжності алгоритмів, кількості необхідних обчислень та їх загальної ефективності для різних типів цільових функцій. Практична реалізація та програмне тестування розглянутих математичних методів виконані за допомогою мови C#. На основі отриманих результатів сформовано зведену таблицю порівнянь, яка наочно демонструє переваги, недоліки та оптимальні умови застосування кожного з підходів.

Ключові слова: одновимірна оптимізація, метод бісекції, метод золотого перетину, швидкість збіжності, C#.

Вступ. Сучасний етап розвитку інформаційних технологій характеризується постійним ускладненням обчислювальних задач. Однією з фундаментальних проблем у сфері комп'ютерних наук та прикладної математики є задача оптимізації. Знаходження мінімуму або максимуму цільової функції виступає базовим етапом у процесах машинного навчання, аналізу даних та інженерного моделювання. Особливе місце серед таких задач займає одновимірна оптимізація, яка часто є допоміжним, але критично важливим кроком у багатокрокових алгоритмах.

Ефективність вирішення глобальних задач безпосередньо залежить від швидкості та точності роботи одновимірних методів пошуку. Серед класичних та найбільш поширених підходів виділяють методи виключення інтервалів. До цієї категорії належать метод бісекції (дихотомії) та метод золотого перетину. Основна ідея цих алгоритмів полягає у послідовному звуженні інтервалу, на якому локалізовано екстремум функції. Незважаючи на спільний базовий принцип, ці два методи суттєво відрізняються підходами до вибору точок ділення інтервалу.

Аналіз наукової літератури показує, що вибір оптимального методу залишається актуальною практичною проблемою для розробників. Метод бісекції забезпечує надійне ділення відрізка навпіл, проте часто потребує обчислення додаткових значень функції на кожному кроці. Метод золотого перетину використовує специфічну пропорцію, що дає змогу перевикористовувати попередні результати та зменшити кількість нових обчислень.

Для розробників важливо розуміти не лише теоретичну оцінку швидкості збіжності, але й те, як ці алгоритми поведуться на практиці під час реалізації конкретними мовами програмування, зокрема C#. Відмінності у типах цільових функцій (поліноміальні, тригонометричні