3. Leveraging Power BI for Enhanced Data Visualization and Business Intelligence / K. Tirupati. *ResearchGate.* URL: https://surl.lt/jphkhr
4. Data Visualization and Its Importance in Business Intelligence. *Tableau.* URL: https://www.tableau.com/visualization/what-is-data-visualization

УДК 519.86

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В СУЧАСНИХ МІЖДИСЦИПЛІНАРНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

А. І. Родюк, А. В. Луценко

Анотація. Робота присвячена дослідженню ролі математичного моделювання у сучасних міждисциплінарних дослідженнях. Розглянуто сутність і основні етапи математичного моделювання, а також його застосування у фізиці, економіці, інженерії, біології та соціальних науках. Особливу увагу приділено використанню мережевих моделей для аналізу складних систем. Описано мультиплексні, багаторівневі, гіпермережеві та взаємозалежні мережі як інструменти моделювання складних взаємодій. Проаналізовано сучасні тенденції розвитку математичного моделювання, зокрема використання методів машинного навчання та розвиток міждисциплінарної наукової співпраці.

Ключові слова: математичне моделювання, прикладна математика, міждисциплінарні дослідження, теорія мереж.

Вступ. У сучасній науці дослідження складних природних, технічних і соціально-економічних систем потребує використання універсальних методів аналізу, здатних інтегрувати знання з різних галузей. Одним із таких методів є математичне моделювання, яке дає змогу описувати реальні процеси за допомогою математичних залежностей, досліджувати їх поведінку та прогнозувати можливі результати розвитку систем. Завдяки цьому математичні моделі широко застосовуються у фізиці, інженерії, економіці, біології та інших галузях науки.

Актуальність дослідження зумовлена зростаючою складністю наукових задач та необхідністю міждисциплінарної взаємодії у їх розв'язанні. Математичне моделювання виступає важливим інструментом аналізу складних систем і допомагає поєднувати методи різних наукових напрямів.

Метою статті є аналіз основних принципів математичного моделювання, дослідження його ролі у міждисциплінарних дослідженнях, а також розгляд сучасних підходів до моделювання складних систем.

Основна частина. ***Сутність та етапи математичного моделювання.*** Математичне моделювання – це процес опису реальної системи або явища за допомогою математичних залежностей, аналізу їх поведінки та застосування результатів на практиці. Його метою є створення спрощеної моделі, що відображає найважливіші та найвпливовіші особливості, а не відтворення реального об'єкта в усіх деталях. У математичному моделюванні для аналізу дійсності використовуються абстрактне мислення та математичні інструменти. До того ж теоретичні припущення, результати експериментів, статистичні дані та аналітичні міркування поєднуються для формування інтегрованого підходу до досліджень. Отже, математичне моделювання функціонує як аналітичний та інтегративний науковий метод.

Наукові основи математичного моделювання базуються на системному підході до дослідження об'єктів, застосуванні абстракції для виділення основних факторів, а також на математичній формалізації та подальшому аналітичному або чисельному аналізі моделей.

Важливою характеристикою математичного моделювання є його поетапний характер. Зазвичай процес побудови моделі включає постановку задачі та визначення основних параметрів досліджуваної системи, формування математичної моделі у вигляді рівнянь або функціональних залежностей, розв'язання отриманої моделі аналітичними або чисельними методами, а також аналіз та інтерпретацію отриманих результатів. На завершальному етапі здійснюється перевірка адекватності моделі шляхом порівняння результатів моделювання з експериментальними або статистичними даними.

Також важливим етапом математичного моделювання є валідація та верифікація моделі. Валідація полягає у встановленні відповідності моделі реальному об'єкту або процесу, а верифікація передбачає перевірку правильності математичних перетворень та алгоритмів розв'язання. Ці процедури дають змогу оцінити достовірність отриманих результатів і визначити межі застосування побудованої моделі.

До того ж математичні моделі можна класифікувати за різними ознаками. Зокрема, розрізняють детерміновані та стохастичні моделі. Детерміновані моделі описують системи, поведінка яких повністю визначається заданими параметрами та початковими умовами, тоді як стохастичні моделі враховують випадкові фактори та невизначеність. Також виділяють статичні та динамічні моделі: статичні описують систему в певний момент часу, а динамічні – зміну її стану в часі. Така класифікація дає змогу обирати найбільш адекватний тип моделі для дослідження конкретних процесів.

Отже, математичне моделювання є універсальним науковим методом, який дає змогу досліджувати складні системи різної природи та відіграє важливу роль у сучасних міждисциплінарних дослідженнях. Фізика, хімія, біологія, економіка і навіть соціологія все частіше покладаються на математичні моделі для розробки та перевірки своїх теорій.

Математичне моделювання як інструмент міждисциплінарних досліджень. Математичне моделювання стало важливим інструментом сучасних наукових досліджень, що дає змогу інтегрувати знання з різних галузей і приймати обґрунтовані рішення у складних системах. Завдяки своїй універсальності воно знаходить застосування у фізиці, економіці, інженерії, біології, екології та соціальних науках, демонструючи здатність формалізувати процеси та аналізувати їх поведінку за допомогою математичних методів [1].

У фізиці математичне моделювання використовується для опису поведінки складних систем, від мікроскопічних частинок до космічних явищ. Моделі допомагають прогнозувати динаміку систем, аналізувати коливання, взаємодії та стабільність фізичних процесів, а також оптимізувати експериментальні дослідження. Такий підхід допомагає фізикам проводити точніші та економніші дослідження, коли реальні експерименти є складними або дорогими.

Економічні системи характеризуються складністю, динамічністю та взаємозалежністю. Математичні моделі допомагають аналізувати економічне зростання, інфляцію, інвестиційну політику, ефективність виробництва та розподіл ресурсів. Моделювання також дозволяє оптимізувати економічні рішення та прогнозувати довгострокові фінансові результати.

В інженерії математичне моделювання використовується для проєктування та вдосконалення технологічних систем, оцінки надійності та продуктивності обладнання, а також оптимізації виробничих процесів. Сучасні галузі, такі як автомобільне проєктування, енергетичні системи, транспортні мережі та аерокосмічна технологія, залежать від передових методів моделювання.

Останніми роками математичне моделювання стало незамінним інструментом у медичних та біологічних дослідженнях. Воно допомагає аналізувати механізми передачі захворювань, моделювати біологічні системи та прогнозувати ефекти фармацевтичного лікування. Такі моделі покращують процес прийняття рішень у сфері охорони здоров'я та персоналізованої медицини.

Також математичні моделі відіграють важливу роль у вивченні глобальних екологічних проблем, зокрема змін клімату, забруднення навколишнього середовища та вичерпання природних ресурсів. Ці моделі допомагають вченим зрозуміти динаміку екологічних процесів і розробити стратегії сталого розвитку, спрямовані на захист навколишнього середовища.

Соціальні системи теж демонструють закономірності, які можна виразити математично. Моделювання приросту населення, міграції, зайнятості, ефективності освіти та економічної нерівності дає змогу політикам оцінювати вплив різних соціальних стратегій і впроваджувати рішення, що ґрунтуються на фактичних даних.

Отже, математичне моделювання виступає інструментом для аналізу складних систем у різних галузях. Воно дає можливість оцінювати наслідки рішень, прогнозувати поведінку систем та оптимізувати процеси [1].

Приклади застосування математичного моделювання. Одним із важливих інструментів математичного моделювання складних систем є теорія мереж. Вона вже багато років використовується для моделювання та аналізу складних систем. У міру того, як дані еволюціонують і стають все більш гетерогенними та складними, моноплексні мережі стають надто спрощеним відображенням відповідних систем. Це зумовлює необхідність перейти від традиційних мереж до більшої структури, здатної вміщувати об'єкти та відношення різних масштабів, яка називається багатошаровою мережею [2; 3]. Вона дає змогу описувати взаємозв'язки між елементами систем різної природи – соціальних, біологічних, технологічних та інфраструктурних. Саме тому мережеві моделі активно використовуються у міждисциплінарних дослідженнях для аналізу структури складних систем та виявлення закономірностей їх функціонування. Приклади застосування таких моделей розглянемо далі.

Мультиплексні мережі. Мультиплексні мережі – це графи, в яких вузли з'єднуються ребрами, що належать до M різних груп:

$$\{G_\alpha \mid \alpha \in \{1, \dots, M\}\},$$

де $G_\alpha = (X_\alpha, E_\alpha)$ – графи;

$X_\alpha = \{x_1, \dots, x_n\}$ – вузли.

Ребра вбудовуються залежно від їх типу в різні шари, які містять повний набір вузлів X довжиною n. Мультиплексні мережі досліджують і включають взаємозв'язки однієї і тієї ж системи у декількох каналах, представлених шарами [3].

Гарним прикладом мультиплексних мереж є соціальні мережі, де вивчаються різні соціальні взаємодії між людьми, наприклад, дружба, сусідство, родинні зв'язки, приналежність до одного культурного суспільства, партнерство або співпраця тощо [4]. Вузлами в цьому випадку є люди, а ребрами – взаємодії між ними. Ці мережі ретельно вивчалися протягом останніх років, оскільки вони мають велике значення для нашого повсякденного життя. Дослідження цих мереж є особливо важливим для соціальних медіакомпаній, як-от *Facebook,* оскільки допомагає їм встановлювати зв'язки між своїми користувачами та покращувати свої послуги на основі інформації, наданої користувачами, як-от біографічні, демографічні дані тощо.

Інша програма, представлена у [5], показує Європейську мультиплексну мережу повітряного транспорту, що складається з 37 шарів, які демонструють європейські авіакомпанії, N вузлів, що демонструють аеропорти в Європі, та зв'язків між вузлами, що є прямими рейсами.

Багаторівневі мережі. Багаторівневі мережі схожі на мультиплексні мережі. Різниця полягає у тому, що шари можуть містити не тільки підмножину ребер, але й підмножину вузлів. У такому випадку граф – це кортеж, визначений множинами вузлів X, ребер E і шарів S із довжиною p:

$$M = (X, E, S),$$

де $S = \{S_1, \dots, S_p\}$ – підграф із $S_i = (X_i, E_i)$, $i = 1, \dots, p$;

$X = \bigcup_{i=1}^{p} X_j;$, $E = \bigcup_{i=1}^{p} E_j$.

Прикладом застосування цієї структури є модель міської транспортної мережі, розроблена у [6]. У своїй статті автори представляють багаторівневу модель, що відображає різні види транспорту в дев'яти містах Європи. Вузлами є різні зупинки, а рівнями – різні види транспорту. Ця мережа є багаторівневою, оскільки вузли і зупинки не існують на всіх рівнях.

Мультигіпермережі. Мультигіпермережі або гіперграфи – це графи, утворені різними пересічними спільнотами або підмережами [2; 3]. Мультигіперграф визначається парою (X, H), де X – множина вузлів, а H – мультимножина підмножин X, що є ребрами:

$$\phi = (X, H),$$

де $H = \{H_1, \dots, H_p\}$ – підмножини;

$E_{\alpha\beta} = \{(x, x) \mid x \in X_\alpha \cap X_\beta, \alpha, \beta \in H\}$.

Ці графи зосереджуються на вузлах, що належать до однієї групи, а не на зв'язках між ними. Вузли в одній підмножині відображаються на шар з повністю з'єднаними вузлами. Поняття ребер тут відрізняється від звичайних мереж; ребра в цих мережах називаються гіперребрами і можуть з'єднувати кілька вузлів одночасно [3]. Кожне гіперребро потім відображається на один шар. Мультигіпермережі не є роз'єднаними шарами. Вони вирівнюються за вузлами, оскільки один вузол може бути приписаний до декількох шарів на основі перетину підмножин.

Гіпермережі є оптимальним представленням мереж з n-арними зв'язками, оскільки вони дають змогу гіперребрам з'єднувати більше двох вузлів одночасно. Вони в основному використовуються у фолксономії, де семантична структура створюється шляхом спільного анотування. Прикладом такого застосування є *Flickr,* що використовується для обміну мультимедіа між користувачами, яким дозволено їх тегувати. Мережу тут можна розглядати як тричастинну гіпермережу, що складається з трьох типів вузлів: користувачів, ресурсів та тегів, а також гіперребер, що з'єднують ці три елементи, тобто анотації користувача, що позначає ресурс тегом [2; 3].

Гіпермережі також використовуються в мережах командних видів спорту. Як показано у [7], ці мережі можуть бути використані для вивчення різних аспектів взаємодії між гравцями, як-от просторово-часові взаємодії, що дають змогу досліджувати динаміку гри в різні моменти часу та в різних точках.

Взаємозалежні мережі. Ця структура є набором моноплексних мереж, що взаємодіють між собою. Вузли можуть мати внутрішні ребра, а також міжребра, що їх з'єднують. Міжребра E визначають взаємодію між L різними моноплексними мережами G, але деякі вузли в кожній мережі залежать від вузлів інших мереж [2, 3]:

$$\{G_1, G_2, \dots, G_L\},$$

де ребро $E_{\alpha\beta}$ – є взаємодію між G_α і G_β.

Багатошарова модель цих мереж є розмальованою за вузлами, роз'єднаною за шарами, сформованою шляхом вбудовування різних моноплексних мереж кожної в один шар, а потім з'єднання їх між собою внутрішніми ребрами. Ці мережі допомагають досягти глобальної синхронізації між різними підсистемами [2].

Прикладами таких мереж є транспорт, телекомунікації, електричні та соціальні мережі. Зокрема, інфраструктурна система є ідеальним прикладом, оскільки вона залежить від електроенергії, що робить структуру вразливою, оскільки збій в одній частині може спричинити ланцюгову реакцію, що вплине на всю мережеву систему. Ця проблема привернула багато уваги, багато вчених досі її досліджують [8].

Отже, мережеві моделі є важливим інструментом математичного моделювання складних систем. Використання мультиплексних, багаторівневих, гіпермережевих та взаємозалежних мереж дає змогу описувати різні типи взаємодій між елементами системи та досліджувати їх структуру і динаміку. Завдяки цьому такі моделі знаходять широке застосування в соціальних науках, транспортних системах, інформаційних мережах та інфраструктурних системах. Розвиток цих підходів відкриває нові можливості для аналізу складних міждисциплінарних проблем.

Сучасні тенденції розвитку математичного моделювання. Після розгляду математичного моделювання як універсального інструменту дослідження доцільно проаналізувати сучасні напрями його застосування у міждисциплінарних дослідженнях. Сучасна наукова література демонструє, що математичні моделі відіграють важливу роль у розв'язанні складних задач у різних галузях науки, зокрема в інженерії, природничих науках та обчислювальних дослідженнях.

Останні дослідження підкреслюють, що математичні моделі є центральним інструментом для аналізу складних систем та явищ. Зокрема, нові підходи до моделювання дають змогу ефективніше розв'язувати диференціальні рівняння, що лежать в основі багатьох фізичних і технічних процесів. Наприклад, стаття [9] демонструє, що використання методів глибокого навчання для розв'язування рівнянь у частинних похідних може забезпечити більш точні результати, порівняно з традиційними чисельними методами, а також підвищити обчислювальну ефективність моделей. Це свідчить про те, що сучасні методи математичного моделювання стають важливим інструментом дослідження складних систем у різних галузях науки.

Суттєвим напрямом сучасних досліджень є поєднання математичного моделювання з технологіями штучного інтелекту. Зокрема, використання нейронних мереж і методів глибокого навчання значно розширює можливості моделювання складних нелінійних систем. Такі підходи дають змогу ефективніше розв'язувати рівняння у частинних похідних, які широко застосовуються для опису фізичних процесів, зокрема у гідродинаміці, термодинаміці та інженерних дослідженнях. Додатково розвиток нейронних мереж на основі фізичних закономірностей допомагає враховувати фізичні обмеження безпосередньо під час навчання моделі, що підвищує точність і надійність отриманих результатів [11].

Отже, аналіз сучасних наукових досліджень свідчить про активний розвиток нових підходів до математичного моделювання, зокрема пов'язаних із використанням методів машинного навчання, чисельної оптимізації та розв'язування диференціальних рівнянь. Особливу роль відіграє інтеграція моделей із методами штучного інтелекту, що розширює можливості дослідження складних нелінійних систем і підвищує ефективність обчислювальних методів. Такі тенденції підтверджують зростаюче значення математичного моделювання як інструменту аналізу складних процесів у різних галузях науки та формують сучасні напрями його подальшого розвитку.

Висновки. У статті розглянуто сутність математичного моделювання та основні етапи побудови моделей, що включають постановку задачі, формалізацію, розв'язання та аналіз отриманих результатів. Показано, що математичне моделювання є універсальним інструментом для дослідження складних систем у різних галузях науки. Проаналізовано приклади застосування мережевих моделей, зокрема мультиплексних, багаторівневих, гіпермережевих та взаємозалежних мереж, які дають змогу ефективно описувати складні взаємодії між елементами систем різної природи.

Подальші дослідження у цій сфері пов'язані з розвитком нових математичних методів моделювання складних систем та інтеграцією методів машинного навчання і штучного інтелекту. Це сприятиме створенню більш точних і ефективних моделей для аналізу та прогнозування складних процесів у природних, технічних і соціально-економічних системах.

Abstract. This work is devoted to the study of the role of mathematical modeling in modern interdisciplinary research. The essence and main stages of mathematical modeling are considered, as well as its application in physics, economics, engineering, biology, and social sciences. Particular attention is paid to the use of network models for analyzing complex systems. Multiplex, multilevel, hypernetwork, and interdependent networks are described as tools for modeling complex interactions. Current trends in the development of mathematical modeling are analyzed, in particular the use of machine learning methods and the development of interdisciplinary scientific cooperation.

Keywords: mathematical modeling, applied mathematics, interdisciplinary research, network theory.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Ramazonova S. S. The scientific and practical significance of mathematical modeling in interdisciplinary research. *Journal of Applied Science and Social Science*. 2025. Vol. 15, № 10. С. 70–73. URL: https://www.wosjournals.com/index.php/shokh/article/view/4515/4955

2. The structure and dynamics of multilayer networks / S. Boccaletti та ін. *Physics Reports*. 2014. Vol. 544, № 1. С. 1–122. URL: https://doi.org/10.1016/j.physrep.2014.07.001 (дата звернення: 12.03.2026).

3. Multilayer networks / M. Kivela та ін. *Journal of Complex Networks*. 2014. Vol. 2, № 3. С. 203–271. URL: https://doi.org/10.1093/comnet/cnu016 (дата звернення: 12.03.2026).

4. Bianconi G. Statistical mechanics of multiplex networks: Entropy and overlap. *Physical Review E*. 2013. Vol. 87, № 6. URL: https://doi.org/10.1103/physreve.87.062806 (дата звернення: 12.03.2026).

5. Emergence of network features from multiplexity / A. Cardillo та ін. *Scientific Reports*. 2013. Vol. 3, № 1. URL: https://doi.org/10.1038/srep01344 (дата звернення: 12.03.2026).

6. Aleta A., Meloni S., Moreno Y. A Multilayer perspective for the analysis of urban transportation systems. *Scientific Reports*. 2017. Vol. 7, № 1. URL: https://doi.org/10.1038/srep44359 (дата звернення: 12.03.2026).

7. Hypernetworks Reveal Compound Variables That Capture Cooperative and Competitive Interactions in a Soccer Match / J. Ramos та ін. *Frontiers in Psychology*. 2017. Vol. 8. URL: https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01379 (дата звернення: 12.03.2026).

8. Bianconi G. Statistical mechanics of multiplex networks: Entropy and overlap. *Physical Review E*. 2013. Vol. 87, № 6. URL: https://doi.org/10.1103/physreve.87.062806 (дата звернення: 12.03.2026).

9. Deep learning methods for partial differential equations and related parameter identification problems / D. Nganyu Tanyu та ін. *Inverse Problems*. 2023. URL: https://doi.org/10.1088/1361-6420/ace9d4 (дата звернення: 12.03.2026).

10. Zhao T., Perez-Felkner L. Perceived abilities or academic interests? Longitudinal high school science and mathematics effects on postsecondary STEM outcomes by gender and race. *International Journal of STEM Education*. 2022. Vol. 9, № 1. URL: https://doi.org/10.1186/s40594-022-00356-w (дата звернення: 12.03.2026).
11. Kusumawati A., Rizal M., Wiharso T. A. Toward Inclusive and Interdisciplinary Applied Mathematics in the Digital Age. *Jurnal Sains MIPA Indonesia*. 2025. Vol. 1, № 1. С. 14–27. URL: https://doi.org/10.61978/jsmi.v1i1.550 (дата звернення: 13.03.2026).

УДК 004.056:336.74

КРИПТОВАЛЮТИ ТА МАТЕМАТИКА: ЩО СТОЇТЬ ЗА ЦИФРОВИМИ ГРОШАМИ?

К. О. Родюк, А. В. Луценко

Анотація. У статті розглянуто математичні принципи функціювання криптовалют як цифрових грошей. Проаналізовано роль криптографічних хеш-функцій, цифрового підпису, еліптичних кривих, дерева Меркла та ймовірнісних алгоритмів узгодження, що забезпечують формування довіри без участі центрального посередника. Показано, що стійкість криптовалютних систем базується не на вірі в код, а на конкретних математичних властивостях, а саме незворотності хешування, складності задач. Описано переваги та обмеження таких систем з позиції безпеки, енерговитрат.

Ключові слова: криптовалюта, хеш-функція, цифрові гроші.

Вступ. Криптовалюти стали помітним явищем цифрової економіки. Вони продемонстрували можливість передавання вартості в мережі без центрального банку та платіжного процесора. Прийняття суспільством криптовалют часто зводиться до коливань курсу, інвестиційного ринку. Такий підхід показує те, що криптовалюта є не лише фінансовим інструментом, а й математично організованою системою, у якій довіра замінюється набором перевірених правил.

Актуальність теми полягає в тому, що математика забезпечує цілісність і послідовність записів у розподіленому реєстрі. Без сучасної криптографії, теорії ймовірностей та дискретної математики криптовалюти не мали б розв’язати ключову проблему цифрових грошей, а саме проблему подвійного витрачання, тобто несанкціонованого повторного використання одного й того самого цифрового активу. У сучасних дослідженнях розглядаються безпека дерева Меркла, роль еліптичних кривих у цифровому підписі, а також математичні моделі формування блоків.

Метою роботи є з’ясування того, які математичні принципи лежать в основі криптовалют і як вони забезпечують захист транзакцій, збереження історії операцій та узгодження стану мережі без єдиного центру керування.

Основна частина. Основною частиною більшості криптовлют є блокчейн, послідовний ланцюг блоків, у яких записуються підтверджені транзакції. Кожен блок пов’язаний із попереднім через хеш його заголовка, а всередині самого блока транзакції організуються у дерево Меркла. Така структура означає, що навіть незначна зміна хоча б одного запису призводить до зміни хешу транзакції, потім проміжних вузлів дерева і, зрештою, кореня Меркла та заголовка блока. Через це блокчейн не є простою базою даних: це структура, у якій цілісність підтримується ланцюжком математично пов’язаних значень [1; 2].

Хеш-функція – це алгоритм, що відображає повідомлення довільної довжини у бітовий рядок фіксованої довжини. З позицій криптографії важливими є три її властивості: стійкість до пошуку прообразу, стійкість до другого прообразу та колізійна стійкість. У криптовалютних системах це означає, що за готовим хешем практично неможливо відновити початкові дані, а знайти два різні повідомлення з однаковим значенням хешу є обчислювально неприйнятно складно. Внаслідок цього хеш перетворюється на короткий «відбиток» транзакції або блока, за яким можна швидко перевірити, чи було щось змінено після запису [3].

Для підтвердження права власності на цифрові активи використовується не хешування саме по собі, а цифровий підпис. Відповідно до сучасного стандарту цифрового підпису, підпис дає змогу виявляти несанкціоновану модифікацію даних, автентифікувати підписувача та забезпечувати неможливість правдоподібного заперечення факту підписання. У практиці криптовалют це означає, що власник приватного ключа може сформувати підпис для транзак-