11. Rushchitsky J.J. Higher-order approximations in the analysis of nonlinear cylindrical waves in hyperelastic medium / J.J. Rushchitsky, J.V. Symchuk // Int. Appl. Mech. – 2007. – V. 43, N. 4. – P. 388–394.
12. Yelagin A.V. Nonlinear second harmonics axisymmetric waves of torsion in a cylindrical waveguide with a clamped surface / A.V. Yelagin, V.I. Storozhev // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. – 2010. – Вип. 14. – С. 347 – 353.

УДК 532.522:518.5

МОДЕЛЮВАННЯ ПОШИРЕННЯ ІМПУЛЬСНОГО СТРУМЕНЯ РІДИНИ В ПОВІТРІ

Я. А. Лисих, М. В. Безкровна

Резюме. В даній статті розглянуте гідродинамічне моделювання поширення імпульсного струменя рідини в повітрі. Встановленні критерії подібності у вигляді безрозмірних комплексів.
Ключові слова: гідродинамічне моделювання, безрозмірні комплекси, критерії динамічної подібності.

Як відомо, моделювання ґрунтується на розгляді фізично подібних явищ. Процеси будуть подібні, якщо:

1) описуються однаковими рівняннями;
2) початкові і граничні умови співпадають з точністю до постійних;
3) однойменні критерії подібності рівні.

Отримання критеріїв подібності шляхом приведення системи рівнянь і умов однозначності до безрозмірного вигляду практично може бути надійним, якщо відомо, що цих рівнянь і умов достатньо для існування однозначного та сталого рішення. [1,2]

Перші дві умови вимагають дотримання повної подібності: геометричного, кінематичного і динамічного. Тобто повинні виконуватися закони механічної подібності. Ці закони визначають умови подібності і встановлюють функціональні залежності між основними величинами, що характеризують механічно подібні потоки. Такі потоки механічно копіюють один одного.

Механічна подібність потоків передбачає геометричну, кінематичну і динамічну їх подібність.

У гідромеханіці під геометричною подібністю розуміють подібність тих поверхонь, які обмежують потоки рідин або газів незалежно від того, чи належать ці поверхні твердих тіл або є вільними поверхнями. Іншими словами, усі розміри одного потоку можуть бути отримані з подібних розмірів іншого потоку при множенні їх на постійний множник – масштаб.

Це можна записати наступним чином:

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{d_1}{d_2}, \quad \varphi_m = \varphi_n, \tag{1}$$

де l і d – розміри потоку (індекси 1 і 2 означають, що розмір узятий в першому і другому потоках).

Наведене рівняння може бути записано інакше

$$\left(\frac{l}{d}\right)_1 = \left(\frac{l}{d}\right)_2.$$

Кінематична подібність може бути сформульована таким чином: якщо два потоки обмежені геометрично подібними поверхнями і швидкість в їх подібних точках пропорційна, такі потоки називаються кінематично подібними.

$$\left(\frac{v}{w}\right)_1 = \left(\frac{v}{w}\right)_2, \tag{2}$$

де v – поточна швидкість, w – швидкість в будь-якій вибраній точці.

Під динамічною подібністю розуміють наступне: якщо потоки в моделі і натурі обмежені геометрично подібними поверхнями і будь-які сили, що діють на подібні елементи, пропорційні в обох потоках, такі потоки називаються динамічно подібними для цих сил. Зокрема,

$$\left(\frac{G}{J}\right)_1 = \left(\frac{G}{J}\right)_2; \qquad \left(\frac{P}{J}\right)_1 = \left(\frac{P}{J}\right)_2, \tag{3}$$

де G, J і P– відповідно сили тяжіння, інерції і тиску.

Звернемося тепер до формулювання умов, необхідних і достатніх для існування механічної подібності, причому обмежимося випадком в'язкої рідини з постійною густиною, що знаходиться в ізотермічних умовах.

З самих визначень кінематичної і динамічної подібності випливає, що якщо ці подібності забезпечені, то безрозмірні координати вихідних точок, безрозмірні швидкості і сили однакові. Неважко переконатися, що безрозмірні прискорення і щільності також однакові в схожих точках. Інакше, усі фізичні параметри механічно подібних потоків, представлені в безрозмірному вигляді, для подібних точок однакові. Або можна сказати, що безрозмірні поля фізичних параметрів механічно подібних потоків однакові. Даний факт можна було б прийняти за визначення механічної подібності і вивести з нього первісне формулювання.

Фізичні параметри в будь-якому з потоків пов'язані системою диференційних рівнянь, що описують рух. Але якщо мова йде про механічно подібні потоки, для яких безрозмірні значення цих параметрів однакові, то і самі рівняння, якщо вони представлені в безрозмірному вигляді, повинні бути однаковими.

Узагалі, диференційні рівняння руху пов'язують між собою миттєві значення фізичних параметрів руху (сил, прискорень та інше). Але якщо безрозмірні вираження цих параметрів однакові в подібних потоках, то, оскільки рівняння, що їх зв'язують, мають загальний характер, тобто виконуються для довільних просторово-часових точок, ці рівняння повинні бути однаковими.

Зауважимо, що для існування подібності необхідно, щоб аналізовані процеси були якісно однаковими. Можна, наприклад, розглянути рух в одному і тому ж каналі нестисної рідини і газу при надзвукових швидкостях. Ці течії якісно різні тому, що при русі газу суттєво проявляється його стисливість і зміна температури, і рівняння, що його описують, будуть містити члени, яких не буде в рівняннях нестисливої рідини. Диференційні рівняння цих двох процесів будуть різними, навіть після приведення до безрозмірного вигляду.

Сукупність параметрів, що визначають який-небудь гідродинамічний процес, можна розглядати як конкретне рішення диференційних рівнянь цього процесу. Отже, не тільки рівняння процесу, але також і безрозмірні форми початкових та граничних умов (умов однозначності) в механічно подібних потоках повинні бути однаковими.

Зазначені умови подібності є правилами моделювання, тобто вимогами, які необхідно виконати при перетворенні простору прототипу в простір моделі для того, щоб отримати лінійну відповідність між величинами в цих просторах.

Визначимо критерії подібності для поширення імпульсного струменя рідини в повітрі.

Запишемо рівняння Нав'є-Стокса для розповсюдження імпульсного струменя рідини в повітрі і приведемо їх до безрозмірного вигляду, для чого виберемо характерні значення фізичних параметрів L, V, T, P, F0 (в якості F0 найзручніше взяти прискорення вільного падіння g) і віднесемо до них відповідні розмірні величини

Тоді рівняння Нав'є-Стокса в проекції на вісь x набуде вигляду

$$F_0\overline{F}_x - \frac{P}{\rho L}\frac{\partial\overline{p}}{\partial\overline{x}} + \frac{\nu V}{L^2}\left(\frac{\partial^2\overline{u}_x}{\partial\overline{x}^2} + \frac{\partial^2\overline{u}_x}{\partial\overline{y}^2} + \frac{\partial^2\overline{u}_x}{\partial\overline{z}^2}\right) =$$

$$= \frac{V}{T}\frac{\partial\overline{u}_x}{\partial\overline{t}} + \overline{u}_x\frac{\partial\overline{u}_x}{\partial\overline{x}} + \overline{u}_y\frac{\partial\overline{u}_y}{\partial\overline{y}} + \overline{u}_z\frac{\partial\overline{u}_x}{\partial\overline{z}}. \tag{4}$$

Ця форма рівнянь Нав'є-Стокса ще не є безрозмірною, оскільки перед кожним з членів є розмірний комплекс, складений з характерних величин. Щоб отримати повністю безрозмірну форму і в той же час звести число цих комплексів до мінімуму, можна розділити всі члени рівняння на один з них.

Розділивши всі члени рівняння на коефіцієнт при конвективному прискоренні V^2/L, отримаємо

$$\frac{L}{VT}\frac{\partial\overline{u}_x}{\partial\overline{t}} + \overline{u}_x\frac{\partial\overline{u}_x}{\partial\overline{x}} + \overline{u}_y\frac{\partial\overline{u}_y}{\partial\overline{y}} + \overline{u}_z\frac{\partial\overline{u}_x}{\partial\overline{z}} =$$

$$= F_0\overline{F}_x\frac{L}{V^2} - \frac{P}{\rho V^2}\frac{\partial\overline{p}}{\partial\overline{x}} + \frac{\nu}{VL}\left(\frac{\partial^2\overline{u}_x}{\partial\overline{x}^2} + \frac{\partial^2\overline{u}_x}{\partial\overline{y}^2} + \frac{\partial^2\overline{u}_x}{\partial\overline{z}^2}\right). \tag{5}$$

Тут усі члени рівняння, з урахуванням комплексів, складені з характерних параметрів, безрозмірні. Але, застосовуючи ці рівняння до механічно подібних потоків, їх можна вважати однаковими лише у випадку, якщо безрозмірні комплекси, що входять в якості коефіцієнтів, однакові, тобто

$$\frac{F_0 L}{V^2} = idem;\ \frac{P}{\rho V^2} = idem;\ \frac{\nu}{VL} = idem;\ \frac{L}{VT} = idem. \tag{6}$$

Вхідні в умови (6) безрозмірні комплекси відіграють роль критеріїв подібності, що отримали назви:

$\frac{V^2}{F_0 L} = \mathrm{Fr}$ – число Фруда; $\frac{P}{\rho V^2} = \mathrm{Eu}$ – число Ейлера;

$\frac{VL}{\nu} = \mathrm{Re}$ – число Рейнольдса; $\frac{L}{VT} = \mathrm{Sh}$ – число Струхала.

Тепер умови (6) можна записати у вигляді

$$\mathrm{Fr} = idem;\quad \mathrm{Eu} = idem;\quad \mathrm{Re} = idem;\quad \mathrm{Sh} = idem. \tag{7}$$

З'ясуємо фізичний зміст чисел Fr, Eu, Re, Sh і відповідних критеріїв подібності. Вирази для них ми отримали, розділивши коефіцієнти при окремих членах рівняння руху на коефіцієнт при конвективній силі інерції. Ці члени являють собою віднесені до одиниці маси сили різної фізичної природи: Fr характеризує відношення сили інерції до сили тяжіння; Re – відношення сили інерції до сили в'язкості; Eu-відношення сили тиску до сили інерції; Sh – відношення локальної інерційної сили до конвективної. Таким чином, всі критерії характеризують відношення сил різної фізичної природи і тому є критеріями динамічного подібності.

У результаті виконаної роботи можна зробити наступні висновки:

1. Описані основні методи гідродинамічного моделювання і вказані критерії і числа подібності.

2. Складено модельне рівняння для поширення імпульсного струменя рідини в повітрі, з яких визначені критерії для моделювання.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике / Л.И. Седов – М.: Наука, 1977. – 440 с.
2. Повх И.Л. Техническая гидромеханика / Повх И.Л. – М.: Машиностроение, 1976. – 504 с.

УДК 581.54: 582.681.81 (477.62)

СЕЗОННЫЙ РИТМ РАЗВИТИЯ ВИДОВ РОДА *POPULUS* L., ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ЗЕЛЕНЫХ НАСАЖДЕНИЯХ Г. ДОНЕЦКА

А. В. Москалевский, Т. В. Дем'яненко

Резюме. В статье приведены результаты изучения сезонного ритма развития 10 видов и 2 форм рода *Populus* L., используемых в зеленых насаждениях г. Донецка.

Ключевые слова: сезонный ритм развития, *Populus* L.

В настоящее время у большинства жителей городов возникло отрицательное отношение к использованию тополей в зеленых насаждениях. Действительно, порой тополевые насаждения выглядят недекоративно и довольно однообразно. Часто используются виды, рано начинающие стареть, быстро сокращающие прирост, сильно подверженные грибковым заболеваниям, малоустойчивые в условиях города. Слишком много было высажено тополей женских клонов, засоряющих пухом разлетающихся семян улицы, дворы и жилые помещения.

Однако, большинство видов тополей обладает исключительно ценными для озеленения свойствами. Прежде всего, это самая быстрорастущая в наших климатических условиях порода. Многие виды тополей уже в молодом возрасте достигают 20 – 25 м высоты. Быстрота роста свойственна видам этого рода особенно в первые годы жизни, поэтому они незаменимы там, где необходимо получить быстрый декоративный эффект. Вместе с тем тополя очень декоративны, отличаются разнообразием в размерах и очертании крон, по величине, по форме и окраске листьев, а также благодаря оригинальному рисунку и цвету коры у многих видов. Многие виды довольно долговечны и устойчивы в специфических условиях городской среды, причем, что очень важно, высокая газоустойчивость сочетается у них с большой газопоглотительной способностью. Ко всем этим положительным качествам надо добавить еще легкость семенного и вегетативного размножения тополей, их способность быстро восстанавливать крону после стрижки. Иными словами тополя являются незаменимой культурой в озеленении городов. Во избежание досадных неудач с использованием в городских посадках тополей необходимо пересмотреть их ассортимент и впредь создавать маточники только мужских клонов [1, 2].

Основной целью начального этапа нашей работы было изучение сезонного ритма развития видов рода *Populus* L., используемых в зеленых насаждениях г. Донецка.

Исследования проводились в 2012 г. в зеленых насаждениях г. Донецка, а также Донецком ботаническом саду НАН Украины по общепринятой методике фенологических наблюдений (1979), с учетом рекомендаций И. Н. Бейдеман (1974) и Г. Э. Шульца (1987). Статистическую обработку полученных данных проводили по Г. Н. Зайцеву (1984) [3, 4, 5, 6].

В результате изучения сезонного развития мы установили, что в условиях г. Донецка цветочные (генеративные) почки у большинства видов тополей в среднем набухают 23 марта (табл. 1). Самое раннее набухание генеративных почек отмечено у *P. tremula* L. Наиболее позднее набухание отмечается у *P. nigra* L. и *P. deltoides* Marsch.

Ранняя бутонизация отмечена у *P. tremula,* более поздняя – у *P. deltoides.* В среднем в г. Донецке бутонизация наблюдается 8 апреля.