УДК 330.4

ЛІНІЙНА АЛГЕБРА І ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОГО СПРЯМУВАННЯ

Д. В. Бевз, О. М. Данильчук

Анотація. Метою статті є показати важливість використання лінійної алгебри в прикладних задачах, а також продемонструвати важливість вмінню поєднувати теоретичні знання з практичними діями та аналізу і систематизації даних, конкретизувати загальні абстрактні положення.

Ключові слова: лінійна алгебра, задачі прикладного змісту, матриця, математична модель.

Сучасна економічна наука характеризується широким використанням математики. Математичні методи стали складовою частиною будь-якої економічної науки, включаючи економічну теорію. Її використання в єдності з ґрунтовним економічним аналізом відкриває нові можливості для економічної науки та практики.

Математичне моделювання як кількісний інструментарій дослідника є міждисциплінарною категорією. Математичні методи, що зарекомендували себе, в першу чергу, у природничих дисциплінах, згодом із розвитком самої математики знайшли успішне вживання і в гуманітарних науках. Економіко-математичне моделювання та моделювання політичної сфери являють собою наочний приклад плідного вживання математичної ідеї в наукових дослідженнях.

Сучасна економічна теорія, як на мікро-, так і на макрорівні, включає як природній, необхідний елемент математичні моделі та методи. Використання математики в економіці дозволяє, по-перше, виокремити та формально описати найбільш важливі, істотні зв'язки економічних змінних і об'єктів: вивчення досить складного об'єкту передбачає високий степінь абстракції. По-друге, з чітко сформульованих даних і співвідношень методами дедукції можливо отримувати висновки, адекватні до об'єкту, що вивчається, у тій же мірі, що і зроблені передумови. По-третє, методи математики та статистики дають змогу індуктивним шляхом отримувати нові знання про об'єкт: оцінювати форму та параметри залежностей його змінних. Насамкінець, використання мови математики дозволяє точно та компактно виражати положення економічної теорії, формулювати її поняття та висновки.

Зазвичай в студентів на початку вивчення нової теми з лінійної алгебри виникає природне запитання: «А чи потрібні будуть ці знання в майбутньому? Коли? Де й для чого?». І викладачу буває важко дати вичерпні відповіді, якщо студентам доводиться розв'язувати лише абстрактні алгебраїчні та геометричні задачі. Але наповнення цих задач практичним змістом може активізувати розумову діяльність студентів, сприяти виникненню особистих мотивів навчання, розвивати інтерес і допитливість, покращити ставлення до предмету. Формування навичок застосування математики є однією із головних цілей викладання математики. Радикальним засобом реалізації прикладної спрямованості курсу лінійної алгебри є широке систематичне застосування методу математичного моделювання протягом усього курсу. Це стосується введення понять, виявлення зв'язків між ними, характеру ілюстрацій, доведень, системи вправ і, нарешті, системи контролю. Забезпечення прикладної спрямованості викладання лінійної алгебри сприяє формуванню стійких мотивів до навчання взагалі і до навчання математики зокрема. Реалізація прикладної спрямованості в процесі навчання математики означає:

а) створення запасу математичних моделей, які описують реальні явища і процеси, мають загальнокультурну значущість, а також вивчаються у суміжних предметах;

б) формування в студентів знань та вмінь, які необхідні для дослідження цих математичних моделей;

в) навчання студентів побудові і дослідженню найпростіших математичних моделей реальних явищ і процесів [1].

Упродовж вивчення курсу лінійної алгебри неможливо обійтись без задач прикладного змісту. Прикладними задачами в математиці називають ті, умови яких містять нематематичні поняття. Використання прикладних задач спрямоване на формування у студентів системи знань, умінь і навичок, робота з ними розвиває вміння осмислювати зміст понять та застосовувати здобуті знання на практиці, аналізувати результати, робити відповідні узагальнення, порівняння, висновки, розширює кругозір . Крім того такі задачі весь час ставить перед нами життя.

Математична модель економічного процесу є формалізованим описом об'єкту математичною мовою. Розробка математичної моделі економічної системи будь-якої природи також супроводжується відповідною формалізацією середовища існування, зв'язків між елементами, вплив зовнішніх факторів та наявних ресурсів тощо. Слід розрізняти математичну структуру моделі та її змістовну інтерпретацію. Розглянемо наступний приклад.

Приклад. Необхідно визначити, яку суму слід покласти в банк при заданій процентній ставці (20 % річних), аби через рік отримати 12000 грн.?

Вводячи формальні позначення для величин, що фігурують у задачі:

початкова сума грошей – M_0,

кінцева сума грошей – M_1,

процентна ставка – R

та записуючи співвідношення між ними

$$M_1 = M_0 \cdot \left(1 + \frac{R}{100}\right),$$

знайдемо необхідну величину з розв'язання основного рівняння моделі

$$M_0 = \frac{M_1}{1 + \frac{R}{100}} = \frac{12000 \text{ грн}}{1{,}2} = 10000 \text{ грн.}$$

Лінійна алгебра допомагає у вирішенні здавалося б абсолютно віддаленої на перший погляд від математики сфери застосування балансових моделей в аграрній галузі [2].

На даний момент значна кількість робіт присвячується моделі багатогалузевої економіки В.В. Леонтьева. Ця модель добре відображає багато істотних особливостей сучасного виробництва і, в той же час, порівняно легко піддається розрахунку. В багатьох країнах світу балансовий метод використовується для економічного аналізу, планування та прогнозування. Основною задачею даної моделі є знаходження вектора валового випуску за відомим вектором кінцевого споживання та матриці коефіцієнтів прямих витрат, що еквівалентно розв'язанню балансового рівняння.

Розглянемо застосування моделі Леонтьєва на конкретному прикладі.

Приклад. В таблиці 1. наведені дані по балансу за деякий період часу між п'ятьма галузями промисловості. Знайти вектори кінцевого споживання і валового випуску, а також матрицю коефіцієнтів прямих витрат і визначити, чи є вона продуктивною відповідно до приведених вище критеріїв.

Таблиця 1

№	Галузь	Споживання					Кінцевий продукт	Валовий випуск, гр. од.
		1	2	3	4	5		
1.	Верстатобудування	15	12	24	23	16	10	100
2.	Енергетика	10	3	35	15	7	30	100
3.	Машинобудування	10	5	10	10	10	5	50
4.	Автомобільна промисловість	10	5	10	5	5	15	50
5.	Видобуток і переробка вуглеводнів	7	15	15	3	3	50	100

Розв’язавши задачу за допомогою матриць, отримаємо, що умова другого критерію продуктивності не виконується, і матриця, складена з даних умов споживання, не є продуктивною. Тому економічна причина цієї непродуктивності заключається в тому, що внутрішнє споживання галузей 3–4 занадто велике відносно їх валових випусків.

Мета балансового аналізу – відповісти на запитання, що виникає в макроекономіці та пов'язано з ефективністю ведення багатогалузевого господарства: яким повинен бути об'єм виробництва кожної з галузей, аби задовольнити всі потреби в продукції цієї галузі?

При цьому кожна галузь виступає, з одного боку, як виробник деякої продукції, а з іншого – як споживач продукції. Зв’язок між галузями, як правило, відображається в таблицях міжгалузевого балансу, а математична модель, що дозволяє їх аналізувати, розроблена в 1936 р. американським економістом В. Леонтьевим.

Наступним математиком, хто звернув значну увагу на побудову лінійних моделей в економіці, є австрієць Джон фон Нейман.

У порівнянні з моделлю Леонтьева, яку можна використовувати для планування виробництва на одному плановому періоді в цілому (рік, п'ятирічка тощо), модель Неймана відстежує виробничий процес усередині планового періоду, тобто витрати та випуск, здійснюваний в кожний період часу (від кварталу в квартал, від року в рік і т. д.). Тому вона узагальнює модель Леонтьева в двох аспектах: в динамічному плані та в плані багатопродуктових галузей. В моделі Неймана передбачається, що економіка функціонує ефективним чином скільки завгодно довго. Логічним наслідком такої передумови є зростання виробничих можливостей у часі зі зростаючими темпами. Тому модель Неймана описує економіку, що «розширюється».

Така узагальнена економічна теорія може стати першим кроком до шуканої цілісної економічної теорії, без якої важко працювати в цілісному економічному світі. Системне мислення математиків, можливо, – перший серед рівних засіб, здатний стати могутнім знаряддям в думках економістів, знаряддям, що допомагає створювати нові цілісні економічні моделі, адекватні сучасності.

Отже, знання елементів лінійної алгебри, уміння оперувати з матрицями та оберненими матрицями, розв’язувати системи лінійних рівнянь є важливим і дозволяють вирішувати реальні економічні задачі.

Прикладні задачі можна умовно розділити на такі, у яких математична модель міститься в умові задачі, та такі, розв'язування яких передбачає побудову математичної моделі. Розв’язування перших значно простіше порівняно з розв’язуванням неформалізованих задач та відповідно складається з таких саме етапів, як і розв’язування будь-якої навчальної задачі. При розв’язуванні неформалізованих задач вище зазначені етапи доповнюються у зв’язку з необхідністю побудови математичної моделі. У педагогічній літературі поняття прикладної задачі трактується по різному, а саме:

- задача, що потребує перекладу з природної мови на математичну;
- задача, яка близька за формулюванням і методами розв’язування до задач, що виникають на практиці;
- сюжетна задача, сформульована у вигляді задачі-проблеми.

Прикладна задача повинна задовольняти такі умови:

а) питання задачі формулюється так, як воно зазвичай формулюється у житті;

б) розв’язок задачі повинен мати практичну значимість;

в) дані та шукані величини задачі мають бути реальними, взятими життя.

Пошуки розв’язків окремих прикладних задач спонукали вчених розробляти нові методи досліджень, створювати досконаліші алгоритми, відкривати невідомі закономірності, що, у свою чергу, сприяло розвитку математичної науки. Для розв’язування задач з фінансово-математичними даними, запропонована схема Л. М. Фрідмана в якій він виділяє чотири етапи:

1. Аналіз змісту задачі.
2. Пошук плану розв’язання.

3. Реалізація знайденого плану розв'язання та доведення, коли отриманий результат відповідає вимогам задачі.

4. Обговорення(аналіз) проведеного розв'язування [3].

Для наглядного прикладу розглянемо наступну задачу:

Приклад Абонент має купити пакет послуг мобільного телефонного зв'язку. Оператор «Київстар GSM» пропонує два види пакетів, поданих у таблиці, що різняться умовами оплати. Потрібно вибрати найбільш економний пакет відповідно до планованої витрати часу на телефонні розмови в межах від однієї до двох годин на місяць.

Таблиця 2

Умови оплати пакетів послуг оператора телефонного зв'язку

№	Пакет послуг	Вартість, грн.	
		Абонентська плата	Оплата 1 хв.
1	«Економ»	27,08	2,6
2	«Стандарт»	81,23	2

Розв'язання

Із таблиці 2 випливає, що вартість (y_i) кожного пакету має постійну складову – абонентську плату (a_i) і змінну складову, що визначається вартістю однієї хвилини розмови (b_i) і витратою часу на телефонні розмови (x). Запишемо рівняння для розрахунку вартості кожного пакета:

$$\begin{cases} a_1 + b_1 x = y_1 \\ a_2 + b_2 x = y_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 27{,}08 + 2{,}6x = y_1 \\ 81{,}23 + 2x = y_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} -2{,}6x + y = 27{,}08 \\ -2x + y = 81{,}23 \end{cases}$$

Рівняння вартості пакетів виявилися рівняннями прямих ліній, що мають точку перетинання *A(x,y),* де вартості пакетів збігаються: $y_1 = y_2 = y$. Ліворуч точки перетинання вартість першого пакета (y_1) менше, праворуч – більше. Знайдемо координати точки перетину прямих ліній, розв'язавши систему отриманих раніше рівнянь вартості кожного пакета, використовуючи метод Крамера, отримаємо:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2{,}6 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = -0{,}6 \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 27{,}08 & 1 \\ 81{,}23 & 1 \end{vmatrix} = -54{,}15 \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} -2{,}6 & 27{,}08 \\ -2 & 81{,}23 \end{vmatrix} = -157{,}038$$

$$x = \frac{-54{,}15}{-0{,}6} = 90{,}25 \qquad x = \frac{-157{,}038}{-0{,}6} = 261{,}73$$

Отже, якщо витрата часу на телефонні розмови буде меншою ніж півтори години ($x \leq 90{,}25$ хв.), то варто купити пакет послуг («Економ»), у іншому випадку – («Стандарт»).

Поширеним є використання властивостей параболи у прикладних задачах з лінійної алгебри. Міст Тсінь Ма у Гонконзі один з шести найдовших підвісних мостів у світі, є частиною інфраструктури міжнародного аеропорту Гонконгу і одним з найвідоміших місцевих орієнтирів. Будівництво Тсінь Ма обійшлося в 900 мільйонів доларів, після 5 років робіт міст відкрився в 1997 році. 49000 тонн сталі пішли на будівництво платформи, в той час як на кожну вежу 205 метрів заввишки знадобилося 65000 тонн бетону. Міст Тсінь Ма – одна з найголовніших визначних пам'яток Гонконгу. Канат підвісного моста має приблизно форму параболи.

Приклад Скласти рівняння параболи відносно вказаних на кресленні осей, якщо прогин каната *OA*=*a*, а довжина прольоту *BC*=2*b*.

Розв'язання

Рівняння параболи з вершиною у початку координат і віссю симетрії,що співпадає з додатним напрямом вісі *Oy* ,має вигляд $x^2 = 2py$. Визначимо параметр p , враховуючи,що точка $C(b; a)$ належить параболі. Підставляючи її координати в рівняння параболи, знаходимо:

$$b^2 = 2pa \qquad p = \frac{b^2}{2a}$$

Тому, рівняння параболи буде мати вигляд $x^2 = -\frac{b^2}{a}y$.

Отже, формування математичної компетентності за допомогою використання лінійної алгебри в використанні прикладних задач в студентів залучає їх до методів наукового пізнання, яке націлене на оволодіння прийомами мислення: індукції, дедукції, аналізу, синтезу, аналогії, узагальнення, абстрагування та конкретизації. Варто зазначити, що система вивчення лінійної алгебри повинно, безумовно, мати прикладну спрямованість, диференційовану реалізацію і особистісно-орієнтований підхід. Це означає, що при вивченні теоретичного матеріалу, необхідно використовувати прикладні задачі.

Аннотация. Целью статьи является показать важность использования линейной алгебры в прикладных задачах, а также продемонстрировать важность умению сочетать теоретические знания с практическими действиями и анализа и систематизации данных, конкретизировать общие абстрактные положения.
Ключевые слова: линейная алгебра, задачи прикладного содержания, матрица, математическая модель.

Abstract. The aim of the article is to show the importance of using linear algebra in applied problems, as well as to demonstrate the importance of the ability to combine theoretical knowledge with practical actions and analysis and systematization of data, to specify general abstract positions.
Key words: linear algebra, problems of applied content, matrix, mathematical model.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Воєвода А. Л. Чи допоможе математика в житті? *Математика в рідній школі.* 2017. № 9. С. 14–17.
2. Вітлінський В. В. Економіко-математичне моделювання: Навч. посібник. К.: КНЕУ, 2009. 452с.
3. Шапиро И. М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: Кн. для учителя. М. Просвещение, 1990. 96 с.
4. Ходжсон Дж. О проблеме формализма в экономической теории. *Вопросы экономики.* № 3. 2006. С. 112–124.

УДК 004.7:327:316.6

СОЦІАЛЬНІ МЕРЕЖІ ЯК ЗБРОЯ ТА ІНСТРУМЕНТ ВПЛИВУ В УМОВАХ ІНФОРМАЦІЙНОЇ ВІЙНИ

Ю. В. Бойко, Л. А. Ковальська

Анотація. В умовах швидкого розвитку інформаційних технологій та мережі Інтернет, населення стає більш залежним від інформації, яка їм постійно подається. У даному дослідженні подано аналіз методів та особливостей маніпулювання за допомогою соціальних мереж, розкрито їх роль у суспільних відносинах та у розвитку інформаційної боротьби. Наведено методологічну складову впливу в умовах інформаційної війни, простежено вплив та методи маніпуляції з використанням інформаційно-комунікаційної мережі Інтернет, розкрито підходи до створення та керування конфліктними ситуаціями у соціальних мережах.
Ключові слова: соціальні мережі, інформаційні війни, інформаційні відносини, інформація, інформаційно-психологічний вплив.

В умовах сьогодення соціальні мережі набувають все більшої різноманітності та популярності як засіб комунікації громадськості. За допомогою соціальних мереж встановлюється зв’язок між окремими індивідами незалежно від їх місця знаходження, відбувається обмін інформацією, аудіо та відеоматеріалами. Соціальні мережі мають ряд переваг, поряд із якими час від часу переважуватимуть недоліки.

Можливо простежити їх помітний вплив на людську свідомість, зокрема на поведінку, мову та мовлення, світосприйняття тощо. Все популярнішими стають висловлювання думок за допомогою так званих «хештегів». Вони можуть не мати сенсу, чи будуть тавтологією, однак надовго залишаться в пам’яті користувача та служитимуть своєрідним